

## ALGORITMO GENÉTICO MODIFICADO PARA DISEÑO DE REDES DE ABASTECIMIENTO DE AGUA

Pedro L. Iglesias Rey<sup>1</sup>; F. Javier Martínez Solano; Vicente S. Fuertes Miquel;  
Rafael Pérez García

**Resumo** – Los algoritmos genéticos son una técnica de optimización empleada para el diseño de redes de abastecimiento de agua. Este trabajo presenta un nuevo algoritmo pseudogenético modificado (APG). La codificación de las cadenas se realiza de forma numérica en lugar de una codificación binaria clásica. El modelo de diseño APG requiere de una serie de características especiales tanto en su codificación como en la definición de las operaciones de mutación y cruce.

El trabajo presenta los resultados del APG sobre diferentes redes referidas en la bibliografía. Los resultados muestran la bondad del método. Asimismo se estudia la influencia que tiene la probabilidad de mutación y de cruce en el método. Por último, en el estudio de las redes de abastecimiento analizadas se introduce el concepto de fiabilidad. Este concepto es fundamental para comprender la validez de los resultados obtenidos.

**Abstract** – Genetic algorithms is an optimization technique for optimization used for the design of water distribution networks. In this paper we present a new algorithm pseudo-genetic modified (APG). Chain coding is made using integer numbers instead of using binary ones. The design model APG needs in its definition some special characteristics, both in coding and in the operations definition for mutation and crossover process.

The work presents the results of the APG model over different water networks referred in the literature. The results obtained show the goodness of the method. Likewise its studied the influence of mutation and crossover process in the method. Last, in the study of the water networks analyzed, reliability is introduced. This concept is fundamental for understanding validity of the obtained results.

**Palavras-chave:** algoritmos genéticos, diseño, redes, fiabilidad.

---

<sup>1</sup> Grupo Multidisciplinar de Modelación de Fluidos – Universidad Politécnica de Valencia – Camino de Vera s/n – Apto 22012 – 46022 Valencia (España). Teléfono: +34.963.879.890. Fax: +34.963.877.981. Email: piglesia@gmmf.upv.es

## INTRODUCCIÓN

El diseño de sistemas de distribución de agua pertenece a un cada vez más amplio grupo de problemas cuya resolución óptima resulta extremadamente compleja o incluso imposible. En el campo del diseño de redes de abastecimiento de agua, la obtención de un diseño óptimo utilizando diámetros discretos resulta prácticamente imposible. Algunos investigadores han desarrollado diferentes algoritmos para minimizar los costes de diseño de un sistema de abastecimiento a través del empleo de técnicas matemáticas tales como la programación lineal y no lineal y la programación dinámica.

Es bien conocido que cuando se escogen como variables de decisión los diámetros de las conducciones, las restricciones son funciones implícitas de dichas variables de decisión, la región del espacio de soluciones posibles es de tipo no convexo y la función objetivo se vuelve multimodal. En este punto los métodos tradicionales basados en técnicas matemáticas quedan restringidos a la localización de mínimos locales de la función que dependen del punto de inicio del proceso de convergencia.

La aplicación de las técnicas estocásticas de optimización tales como los algoritmos genéticos (AG) permiten la búsqueda más allá de estos mínimos locales, lo que amplía en muchas ocasiones el campo de búsqueda y por ello la capacidad de obtener mejores soluciones. En este punto cabe destacar algunos trabajos previos relacionados con el tema. Sin duda uno de los primeros modelos de diseño óptimo de redes de abastecimiento es el modelo GAnet (Morley et al 2001) basado en el trabajo previo de Savic y Walters (1997); Matías (2003), Matías (2004), Fujiwara y Khang (1990). Otros modelos también de tipo heurístico destacables son los realizados por Cunha y Sousa (1999) y Eussuf y Lansey (2003).

Este trabajo muestra el desarrollo de un método de diseño óptimo de redes de abastecimiento de agua basado en el empleo de AG. El objetivo es minimizar los costes de inversión necesarios para la implantación de un determinado sistema a partir del trazado topológico y de las demandas y requerimientos de presión en los nudos. El método propuesto difiere de trabajos anteriores en desarrollar un código basado en la utilización de cadenas numéricas en lugar de cadenas binarias. La diferencia fundamental estriba en la capacidad de adaptarse a los requerimientos de diferentes rangos de valores para cada una de las variables de decisión.

## METODOLOGÍA PROPUESTA

Las técnicas basadas en AG hacen uso de las reglas de selección natural que guían el proceso evolutivo de los seres vivos. Son técnicas cuyo objetivo es emular dicho proceso para conseguir una solución cada vez mejor en la búsqueda por el óptimo. Tradicionalmente han sido métodos adecuados para problemas formulados en variables binarias y en los que otros métodos de búsqueda no resultan convenientes. No obstante en este trabajo se introduce una formulación del problema basándose en una codificación numérica, no binaria, de la solución.

La mayoría de las técnicas de búsqueda convencionales parten de una solución factible que se intenta mejorar desplazándose en la dirección que implica una mejora en la función objetivo. El diseño de redes de distribución de agua dificulta notablemente la exploración completa del espacio de soluciones mediante las técnicas de optimización clásicas. Por ello los AG, basados en la exploración aleatoria de dicho espacio, resultan adecuados. Para ello es necesario definir unas reglas sencillas de exploración y cambio entre cada conjunto de soluciones y el siguiente. El carácter aleatorio del método no garantiza una exploración completa del espacio de soluciones, ni

supone garantía alguna de alcanzar un mínimo de la función objetivo. No obstante el método ofrece un conjunto de “buenas” soluciones que intentan mejorarse poco a poco.

Los elementos de trabajo de un AG quedan perfectamente definidas tanto el Iglesias y otros (2002) como en Matías (2003). A continuación se recoge tan solo una breve descripción de los mismos poniendo énfasis en las adaptaciones realizadas para el algoritmo pseudo-genético (APG) propuesto.

### Eslabón.

El eslabón es la unidad básica de información que adopta un valor binario (0/1). En el método que se propone cada una de las variables de decisión puede tener un rango de soluciones posible diferente; cada eslabón se representa así mediante una variable entera. Esta codificación supone identificar cada eslabón con una variable de decisión, al contrario de lo que ocurre con los AG. En el caso del diseño de redes de abastecimiento cada eslabón, representado mediante un número o letra, recoge la solución del diámetro de cada una de las líneas (ver Figura 1). Es necesario para ello que exista una codificación de las variables de decisión como la recogida en la tabla siguiente.

Tabla 1. Tabla de codificación para diseño y rehabilitación de una red de abastecimiento de agua.

Código variable decisión	Sub. 1	Sub. 2	Sub. 3	Sub. 4	Sub. 5
	D (mm)	Acciones	D <sub>válvula</sub> (mm)	Altura de la bomba	Grado apertura válvula (%)
A	100	Mantener tubería	60	$H_{\min}$	Abierta
B	150	Duplicar tubería	80	$H_{\min}+0'25*(H_{\max}-H_{\min})$	Cerrada
C	200	Rehabilitar tubería	100	$H_{\min}+0'50*(H_{\max}-H_{\min})$	-
D	250	-	150	$H_{\min}+0'75*(H_{\max}-H_{\min})$	-
E	300	-	200	$H_{\max}$	-
F	350	-	300	-	-

En la tabla anterior hay diferentes codificaciones de la variable de decisión, teniendo en cuenta que no todas tienen la misma cantidad de alternativas de decisión. Cada una de ellas debe tener un coste asociado de forma que pueda evaluarse el coste total asociado a cada solución. Las variables codificadas pueden ser el diámetro a instalar de una tubería (subconjunto 1); las posible rehabilitación o no de una tubería (subconjunto 2); el diámetro de una válvula a instalar (subconjunto 3); la altura que debe suministrar una bomba codificada entre su valor máximo  $H_{\max}$  y mínimo  $H_{\min}$  (subconjunto 4) o incluso variables binarias tales como el estado de una válvula (subconjunto 5). En los ejemplos analizados en este trabajo se ha realizado solo una codificación tal como la mostrada en el subconjunto 1 de la

Tabla 1.

### Población y cadenas.

La cadena es la representación simbólica de una solución del problema. Está constituida por una serie de eslabones que definen de forma biunívoca una única solución del proceso de optimización. En el APG el número de eslabones que componen una cadena es exactamente igual al número de variables de decisión. Para el caso de realizar tan solo el diseño de una red de abastecimiento sin bombeos ni válvulas los eslabones son la representación del diámetro que adopta cada conducción en cada una de las soluciones. La relación entre la codificación de una cadena de eslabones binarios y una cadena del APG se pone de manifiesto en la Figura 1. La característica que mide la "bondad" o la capacidad de supervivencia de una determinada cadena (especie) respecto de otras es lo que se conoce como **aptitud**. En este caso dicha aptitud se ha representado como el coste total asociado a cada una de las posibles soluciones de diseño.

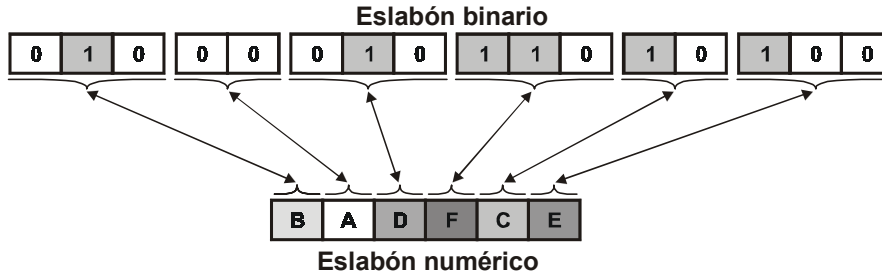


Figura 1. Definición de la cadena y eslabones de un algoritmo genético (AG) y del algoritmo pseudo-genético propuesto (APG).

Para resolver el problema de optimización es necesario disponer de un conjunto discreto de posibles soluciones (cadenas). Este conjunto de cadenas es lo que forma la **población** del AG y también del APG. En el APG una cadena  $X$  genérica está constituida por un número de eslabones igual de variables de decisión ( $N_{VD}$ ), de forma que la cadena genérica  $i$  de una población  $P$  se define como un vector de valores numéricos

$$X^i = \{X_1^i, X_2^i, \dots, X_{N_{VD}}^i\} \quad (1)$$

La aptitud una cadena genérica  $X^i$  se identifica a través del valor que adopta la función objetivo para la solución codificada. En el caso del APG propuesto para diseño de redes de abastecimiento de agua dicha función objetivo se define como

$$F(X^i) = \sum_{j=1}^{N_{VD}} C_j(X_j^i) \cdot L_j + \lambda \cdot \sum_{s=1}^{N_s} \sum_{k=1}^{N_R} \delta_{k,s} \cdot (H_{\min,k} - H_{k,s}) \quad (2)$$

En la expresión (2)  $C_j$  es el coste unitario asociado al valor de la variable de decisión contenida en el eslabón  $j$  de la cadena  $i$ ; y  $L_j$  es la longitud de conducción de la tubería  $j$ . Asimismo como en cualquier problema de optimización existen  $N_R$  restricciones impuestas que deben cumplir las posibles soluciones del problema. La forma de incluir estas restricciones es mediante una penalización en el coste total de la solución que afecta posteriormente a la aptitud de la cadena.

Las restricciones que debe cumplir un proceso de diseño es satisfacer las restricciones de altura de presión mínima ( $H_{\min,k}$ ) en cada nudo  $k$ . Estas restricciones deben verificarse en todos los escenarios  $N_s$  analizados, que usualmente son el funcionamiento normal del sistema y su funcionamiento bajo el escenario de fallo de alguna de las conducciones. La función penalización representa la diferencia entre la altura piezométrica del nudo  $k$  en el escenario  $s$  ( $H_{k,s}$ ) y la altura mínima requerida ( $H_{\min,k}$ ). Para computar dicha penalización se definen dos variables. Una de ellas ( $\delta_{k,s}$ ) es una variable binaria que adopta el valor 1 si  $H_{k,s} < H_{\min,k}$  y adopta valor nulo en caso contrario. La otra ( $\lambda$ ) representa una función de peso que establece el valor de la penalización por no verificarse las restricciones de presión mínima en los nudos.

El método de los APG propuesto pretende la evolución de una población inicial aleatoria mediante un paralelismo similar a las leyes de la selección natural, tal como ocurre con los AG clásicos (Matías, 2003; Iglesias y otros, 2002). Esto se consigue mediante tres procesos básicos: la reproducción, el cruce y la mutación.

### Proceso de reproducción.

La reproducción es un proceso consistente en seleccionar de entre las  $N_C$  cadenas de la población  $P$ , aquellas que sobrevivirán en la siguiente generación. Existen muchos métodos de reproducción de cadenas en AG (Matías 2003). De entre ellos para el desarrollo del APG se ha seleccionado el método de reproducción constante. Este método asigna a cada una de las cadenas de la población una probabilidad de selección para formar parte de la siguiente generación. Dicha

probabilidad depende del orden según el coste de la cadena dentro de la población, y debe estar comprendida entre una probabilidad máxima  $p_{\max}$ , asociada al individuo de coste menor, y una probabilidad mínima, asociada a la solución de coste mayor. Ambas probabilidades se definen como

$$p_{\max} = \frac{\beta}{N_C} \quad p_{\min} = \frac{2 - \beta}{N_C} \quad (3)$$

donde  $\beta$  es una constante que debe estar entre 1'5 y 2.

De acuerdo con este método para una cadena genérica  $i$  su probabilidad de selección es

$$p_i = p_{\min} + (p_{\max} - p_{\min}) \frac{N_C - i}{N_C - 1} \quad (4)$$

Las posibilidades de cada una de las cadenas de reproducirse en la siguiente generación se determinan en función del producto de la probabilidad  $p_i$  por el número de cadenas  $N_C$ . Si dicho producto es mayor o igual que 1'5 la cadena se duplica; si está entre 0'5 y 1'5 la cadena se mantiene; y si es inferior a 0'5 la cadena se elimina de la siguiente generación.

La

Tabla 2 recoge el proceso de reproducción constante de la población hipotética de 16 cadenas de la Figura 2. En las dos primeras columnas se recoge la cadena y el valor de la función objetivo asociada a cada una de ellas. En las primeras filas se recogen los valores de la constante  $\beta$  y las probabilidades asociadas a los individuos más caro y más barato. En el resto de columnas aparece para cada valor de  $\beta$  los valores de la probabilidad de cada cadena  $p_i$ , el producto  $p_i \cdot N_C$  y el número de copias de la cadena en cuestión que estarán en la siguiente generación.

Tabla 2. Número de individuos en la siguiente generación en el método de la reproducción constante en función de la constante  $\beta$ .

Constante $\beta$		1,6			1,7			1,8			1,9		
$p_{\max}$		0,1000			0,1063			0,1125			0,1188		
$p_{\min}$		0,0250			0,0188			0,0125			0,0063		
Cadena	Valor	$p_i$	$p_i \cdot N_C$	Indiv.	$p_i$	$p_i \cdot N_C$	Indiv.	$p_i$	$p_i \cdot N_C$	Indiv.	$p_i$	$p_i \cdot N_C$	Indiv.
1	36	0,100	1,60	2	0,106	1,70	2	0,113	1,80	2	0,119	1,90	2
2	327	0,095	1,52	2	0,100	1,61	2	0,106	1,69	2	0,111	1,78	2
3	799	0,090	1,44	1	0,095	1,51	2	0,099	1,59	2	0,104	1,66	2
4	1640	0,085	1,36	1	0,089	1,42	1	0,093	1,48	1	0,096	1,54	2
5	3569	0,080	1,28	1	0,083	1,33	1	0,086	1,37	1	0,089	1,42	1
6	4711	0,075	1,20	1	0,077	1,23	1	0,079	1,27	1	0,081	1,30	1
7	5363	0,070	1,12	1	0,071	1,14	1	0,073	1,16	1	0,074	1,18	1
8	7713	0,065	1,04	1	0,065	1,05	1	0,066	1,05	1	0,066	1,06	1
9	10020	0,060	0,96	1	0,060	0,95	1	0,059	0,95	1	0,059	0,94	1
10	13952	0,055	0,88	1	0,054	0,86	1	0,053	0,84	1	0,051	0,82	1
11	14939	0,050	0,80	1	0,048	0,77	1	0,046	0,73	1	0,044	0,70	1
12	15346	0,045	0,72	1	0,042	0,67	1	0,039	0,63	1	0,036	0,58	1
13	15747	0,040	0,64	1	0,036	0,58	1	0,033	0,52	1	0,029	0,46	0
14	16450	0,035	0,56	1	0,030	0,49	0	0,026	0,41	0	0,021	0,34	0
15	18735	0,030	0,48	0	0,025	0,39	0	0,019	0,31	0	0,014	0,22	0
16	19822	0,025	0,40	0	0,019	0,30	0	0,013	0,20	0	0,006	0,10	0

El proceso de reproducción empleado en cualquier AG tiene influencia sobre la eficacia del mismo. De la misma forma el método de reproducción influye en el APG descrito. El objeto de este trabajo es poner de manifiesto la utilidad del método y no realizar un estudio en detalle del método de reproducción más adecuado. Por ello se ha seleccionado uno de los métodos más empleados en el diseño de redes de distribución de agua mediante AG y se ha

extrapolado su uso para el APG. El resultado del proceso de reproducción de la población genérica de la Tabla 2 queda esquematizado en la Figura 2.

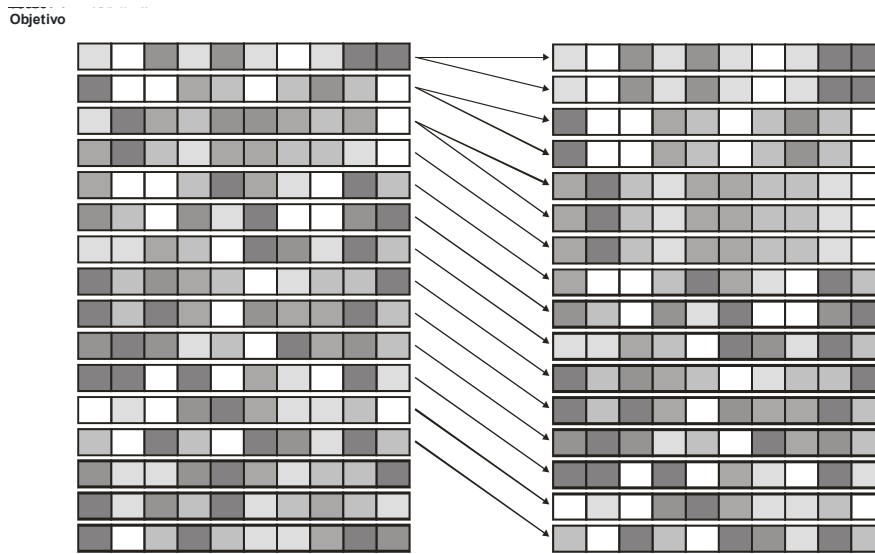


Figura 2. Proceso de reproducción en un algoritmo genético.

### Proceso de cruce.

El proceso de cruce consiste en emparejar aleatoriamente las cadenas de la población intermedia y realizar un cambio de los distintos eslabones a partir de un cierto *eslabón de cruce*, determinado de forma aleatoria. De esta forma uno de los parámetros característicos de un AG es el número de cadenas que se cruzan entre sí, que está definido por lo que se conoce como probabilidad de cruce  $p_c$ . La Figura 3 representa el proceso de cruce de dos cadenas genéricas  $i$  y  $j$ .

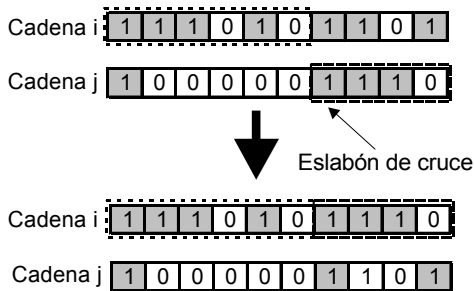


Figura 3. Proceso de cruzamiento en un algoritmo genético.

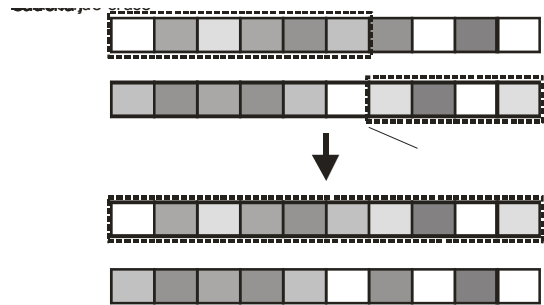


Figura 4. Proceso de cruzamiento del APG.

Una de las características fundamentales del APG está el efecto generado al cruzar diferentes cadenas entre sí. Si la codificación es binaria y se realiza el cruce (Figura 3) la selección aleatoria del eslabón de cruce determina el punto donde se trocean las cadenas para cruzarlas entre sí. Esto puede originar la fracción del código binario que identifica una de las posibles variables de decisión. En el caso de implementar el APG (Figura 4) la selección de un eslabón de cruce no genera este efecto. Por ello la utilización de los APG genera menos posibilidad de cambio en las soluciones finales que los AG clásicos. Este hecho origina, tal como se muestra con posterioridad, que sea necesario introducir cambios en las cadenas mediante el siguiente de los procedimientos: la mutación.

### Proceso de mutación.

El proceso de mutación se aplica a la población intermedia obtenida tras el proceso de reproducción y de cruce. En un AG (ver Figura 5) es un proceso que consiste en transponer el valor binario de eslabones aislados: si su valor es 0 pasa a ser 1 y viceversa. La utilidad del proceso es ampliar las zonas de búsqueda dentro del espacio de soluciones factibles. Para evitar que el cambio de uno solo de los bits de una cadena genere un gran cambio en la variable de decisión que afecta normalmente suele emplearse en los AG la codificación de Gray. Esta codificación (ver ejemplo en la

Tabla 3) tiene como principio que el cambio en único bit genera tan solo un aumento o disminución en la representación del diámetro, cosa que en el código binario no ocurre.

Tabla 3. Valores del código binario y del código Gray para un conjunto de 8 diámetros candidatos.

Número Diámetro	Diámetro Interior (mm)	Código Binario	Código Gray
A	100	000	000
B	125	001	001
C	150	010	011
D	200	011	010
E	250	100	110
F	300	101	111
G	350	110	101
H	400	111	100

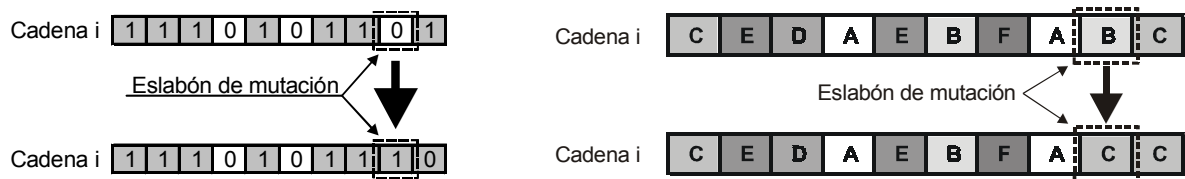


Figura 5. Proceso de mutación de un AG y de un APG.

En el caso del APG se representa el comportamiento de la mutación de los AG que emplean un código Gray. Así, una vez determinado el eslabón de mutación se determina aleatoriamente si dicho bit debe incrementarse o decrementarse. De esta forma se determina el valor del eslabón en la siguiente generación.

El proceso de cruce introduce menos modificaciones en el APG que en el AG. Por ello el proceso de mutación debe suplir esa capacidad para generar alternativas nuevas. Además cada uno de los eslabones tiene una amplia cantidad de valores. Estos dos motivos provocan que la probabilidad de mutación en el APG sea superior a la empleada en los AG.

En los próximos apartados se centra el estudio en la capacidad del APG propuesto de obtener soluciones iguales o incluso mejores de las existentes para las mismas redes. Se analizan así diferentes redes de abastecimiento y se estudia el valor mínimo del coste de diseño de las mismas. Posteriormente, se realiza un estudio más intensivo de la influencia que los diferentes parámetros tienen sobre la solución final. En cada uno de los cálculos es necesario determinar las presiones en nudos y caudales en líneas. Estos cálculos se realizan mediante el modelo EPANET, cuyo detalle puede seguirse en Iglesias y otros (2004) o en Rossman (2002). La edición y manejo de la información de las diferentes redes se ha realizado mediante el modelo SARA desarrollado en el Grupo Multidisciplinar de Modelación de Fluidos de la Universidad Politécnica de Valencia y cuyos fundamentos pueden seguirse en Iglesias (2001).

## LA RED DE ASPEROVITS Y SHAMIR.

La red propuesta por Asperovits y Shamir (1977) consta de dos mallas, 6 nudos de consumo, 8 conducciones y un único punto de alimentación (Figura 6). Se trata de una red clásica para la verificación de modelos de diseño de redes de abastecimiento de agua. El tamaño reducido de esta red permite una gran agilidad y velocidad de los cálculos, por lo que permite extraer unas conclusiones iniciales interesantes de los resultados que de la misma se obtienen. Los datos de los nudos y de la gama de diámetros con la que se realiza en cálculo se recogen respectivamente en la Tabla 4 y en la Tabla 5.

Tabla 4. Datos de los nudos de la red de 2 mallas.

Nudo	Datos de los Nudos		
	Cota (m)	Caudal (m <sup>3</sup> /h)	P <sub>mínima</sub> (mca)
P1	210	-1120	0
N2	150	100	30
N3	160	100	30
N4	155	120	30
N5	150	270	30
N6	165	330	30
N7	160	200	30

Tabla 5. Tabla de diámetros para diseño de la red de 2 mallas.

Tabla de diámetros		
Nº Diámetro	Diam (mm)	Coste (um/m)
A	25'4	2
B	50'8	5
C	76'2	8
D	101'6	11
E	152'4	16
F	203'2	23
G	254'0	32

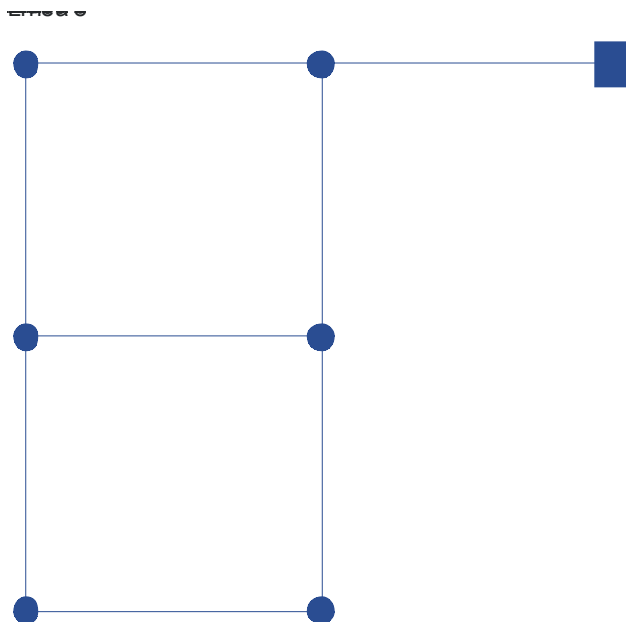


Figura 6. Red de 2 mallas.

Para realizar el diseño se admite que todas las conducciones son de 1000 metros de longitud y que el coeficiente de Hazen-Williams es 130.

Tabla 6. Comparativa de resultados de diseño de la red de Asperovist y Shamir.

	Kessler y Shamir <sup>(1)</sup>		Eiger et al <sup>(2)</sup>		Savic y Walters <sup>(3)</sup>	Cunha y Sousa <sup>(4)</sup>	APG <sup>(5)</sup>	APG Fiab. <sup>(6)</sup>
	L (m)	D (mm)	L (m)	D (mm)	D (mm)	D (mm)	D (mm)	D (mm)
1	1000	457,2	1000	457,2	457'2	457'2	457'2	508'0
2	66	304,8	238,02	304,8	254'0	254'0	254'0	508'0
	934	254,0	761,98	254,0				
3	1000	406,4	1000	406,4	406'4	406'4	406'4	457'2
4	713	76,2	1000	25,4	101'6	101'6	101'6	406'4
	287	50,8						
5	836	406,4	682,86	406,4	406'4	406'4	406'4	355'6
	164	355,6	317,14	355,6				
6	109	304,8	989,05	254,0	254'0	254'0	254'0	355'6
	891	254,0	10,95	203,2				
7	819	254,0	921,86	254,0	254'0	254'0	254'0	457'2
	181	203,2	78,14	203,2				
8	920	76,2	1000	25,4	25'4	25'4	25'4	355'6
	80	50,8						
Coste	417.500		403.968		419.000	419.000	419.000	870.000



- (1) Resultados obtenidos mediante Kessler y Shamir (1997) utilizando diámetros discretos pero contemplando la posibilidad de dividir la longitud de conducción en dos tramos.
- (2) Resultados de Eiger et al (1994) con las mismas restricciones que en <sup>(1)</sup> pero considerando como posibilidad que el diámetro mínimo de las conducciones fuese 25'4 mm.
- (3) Resultados obtenidos por Savic y Waters (1997) mediante algoritmos genéticos.
- (4) Resultados de Cunha y Sousa (1999) mediante una técnica heurística de recocido simulado.
- (5) Resultados obtenidos con el APG propuesto sin considerar la fiabilidad del sistema.
- (6) Resultados obtenidos con el APG considerando la fiabilidad del sistema.

El resultado obtenido como óptimo mediante el modelo APG de diseño ofrece una solución cuyo coste es 419.000 unidades monetarias. En la Tabla 6 se recogen los resultados obtenidos del diseño de la misma red por diferentes autores bien utilizando diámetros discretos, bien utilizando la posibilidad de que una tubería se divida en dos tramos de diámetro diferente. Se recoge también el resultado de otro estudio de tipo heurístico no directamente relacionados con los AG, como el estudio de Cunha y Sousa. Del análisis de los resultados se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- Aquellos métodos de diseño que suponen diámetros discretos y únicos por línea obtienen los mismos resultados.
- Es posible encontrar soluciones más baratas que las obtenidas mediante el método APG, si bien tan solo en el caso de considerar la posibilidad de dos tramos de diámetro por línea.
- Excepto la primera solución propuesta por Kessler y Shamir (1997) el resto supone la inclusión de una conducción de diámetro pequeño. Esto se debe a que la tendencia natural del óptimo es construir una red ramificada donde las mallas acaban cerrándose con diámetros iguales o similares al menor de los disponibles en la tabla de diámetros. En este sentido el caso más significativo es la tubería 8 que en el diseño óptimo tiene una solución de DN 1'' (25'4 mm). En el caso de que hubiese un diámetro menor en la lista de diámetros probablemente hubiese sido éste el seleccionado. Además en el caso de eliminar la tubería 8 el coste mínimo obtenido es 417.000, exactamente el equivalente a descontar el coste de la tubería 8 (2.000 unidades) del coste mínimo obtenido con el APG.

El análisis de las soluciones de la tabla plantea una cuestión fundamental: ¿qué ocurriría con cualquiera de estas soluciones si hubiese una rotura o avería en una de las conducciones? La respuesta es sencilla: no se verificarán las restricciones de presión mínima en los nudos. Esto entra en contradicción con el diseño de una red mallada, donde el trazado de la red trata de garantizar el suministro en caso de fallo. Esto hace que los costes de diseño aumenten. En caso contrario las redes obtenidas no verifican las condiciones de una red mallada, por lo que resultaría más económico haber diseñado ramificada.

En la última columna de la Tabla 6 se recoge una solución obtenida mediante el APG, incluyendo la opción de considerar la fiabilidad del sistema. Para ello se prueba la rotura de cada una de las conducciones del sistema que constituyen una malla y se verifica que en ese caso también se verifiquen las presiones mínimas requeridas. Los resultados obtenidos son diámetros superiores, fundamentalmente en aquellas líneas que en el diseño inicial presentaban diámetros menores. El coste total supone un incremento de más del 100% para alcanzar un coste total de 870.000 unidades monetarias.

## LA RED LAS TORRES DE HANOI.

La red propuesta de la Torres de Hanoi fue propuesta por Fujiwara y Khang (1990) y consta de 3 mallas, 32 nudos de consumo, 34 conducciones y un único punto de alimentación (Figura 7). Al tratarse de una red de tamaño importante y con un trazado real existen en la bibliografía diferentes soluciones obtenidas con modelos de diseño distintos. Los datos de nudos y líneas, así como la gama de diámetros con la que se realiza en cálculo se recogen respectivamente en las tablas siguientes.

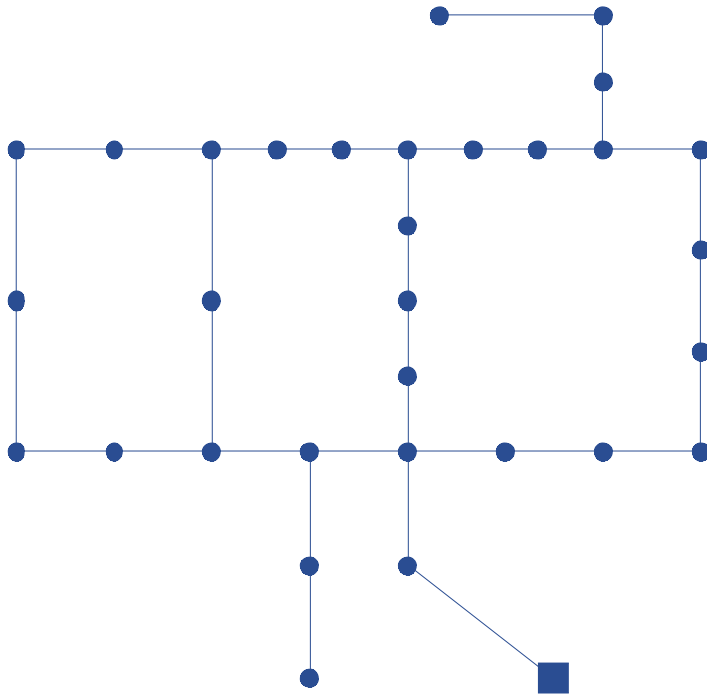


Tabla 7. Datos de las líneas de la red de las Torres de Hanoi.

Línea	Longitud (m)	Línea	Longitud (m)
1	100	18	800
2	1350	19	400
3	900	20	2200
4	1150	21	1500
5	1450	22	500
6	450	23	2650
7	850	24	1230
8	850	25	1300
9	800	26	850
10	950	27	300
11	1200	28	750
12	3500	29	1500
13	800	30	2000
14	500	31	1600
15	550	32	150
16	2730	33	860
17	1750	34	950

Figura 7. Red de las Torres de Hanoi.

Tabla 8. Datos de los nudos de la red de las Torres de Hanoi.

Nudo	Cota (m)	Caudal (m³/h)	P <sub>mínima</sub> (mca)
1	100	-750	0
2	0	890	30
3	0	850	30
4	0	130	30
5	0	725	30
6	0	1005	30
7	0	1350	30
8	0	550	30
9	0	525	30
10	0	525	30
11	0	500	30
12	0	560	30
13	0	940	30
14	0	615	30
15	0	280	30
16	0	310	30
17	0	865	30
18	0	1345	30
19	0	60	30
20	0	1275	30
21	0	930	30
22	0	485	30
23	0	1045	30
24	0	820	30
25	0	170	30
26	0	900	30
27	0	370	30
28	0	290	30
29	0	360	30
30	0	360	30
31	0	105	30
32	0	805	30

Tabla 9. Gama de diámetros para el diseño de la red de las Torres de Hanoi.

Nº Diámetro	A	B	C	D	E	F
Diam (mm)	304'8	406'4	508'0	609'6	762'0	1016'0
Coste (um/m)	45'726	70'400	98'387	129'333	180'748	278'280

Uno de los aspectos que contribuye a definir la solución óptima de una red de abastecimiento de agua es el número de diámetros candidatos. En los resultados presentados en la Tabla 10 se ha empleado la tabla de diámetros de la

Tabla 9. Algunas de las soluciones dan como resultado los valores extremos del intervalo seleccionado. En cualquier proceso de optimización este hecho es indicativo de una inadecuada selección del intervalo de soluciones posibles, siendo necesario ampliar dicho intervalo. Para poner esto de manifiesto se ha realizado un estudio sobre la red de Hanoi donde se ha ampliado el número de diámetros candidatos (ver Tabla 11). El empleo de esta gama de diámetros conduce a una solución cuyo coste (es notablemente inferior a las soluciones obtenidas tanto en la bibliografía como en las simulaciones realizadas con el modelo de APG. Los resultados se recogen en la Figura 12.

Tabla 10. Comparación de las soluciones obtenidas para la red de las Torres de Hanoi.

Línea	Soluciones bibliografía				Soluciones obtenidas <sup>(5)</sup>			
	Matías <sup>(1)</sup>	Savic1 <sup>(2)</sup>	Savic2 <sup>(3)</sup>	Cunha <sup>(4)</sup>	Sol 1	Sol 2	Sol 3	Sol 4
1	1016	1016	1016	1016	1016	1016	1016	1016
2	1016	1016	1016	1016	1016	1016	1016	1016
3	1016	1016	1016	1016	1016	1016	1016	1016
4	1016	1016	1016	1016	1016	1016	1016	1016
5	1016	1016	1016	1016	1016	1016	1016	1016
6	1016	1016	1016	1016	1016	1016	1016	1016
7	1016	1016	1016	1016	1016	1016	1016	1016
8	1016	1016	1016	1016	1016	1016	1016	1016
9	1016	762	1016	1016	1016	1016	1016	1016
10	762	762	762	762	762	762	762	762
11	609,6	762	609,6	609,6	609,6	609,6	609,6	609,6
12	609,6	609,6	609,6	609,6	609,6	609,6	609,6	609,6
13	508	406,4	508	508	508	508	508	508
14	406,4	406,4	406,4	406,4	406,4	406,4	304,8	406,4
15	304,8	304,8	304,8	304,8	304,8	304,8	304,8	304,8
16	304,8	406,4	304,8	304,8	304,8	304,8	304,8	304,8
17	406,4	508	406,4	406,4	406,4	406,4	406,4	406,4
18	609,6	609,6	508	508	609,6	508	609,6	609,6
19	609,6	609,6	508	508	508	609,6	508	508
20	1016	1016	1016	1016	1016	1016	1016	1016
21	508	508	508	508	508	508	508	508
22	304,8	304,8	304,8	304,8	304,8	304,8	304,8	304,8
23	1016	1016	1016	1016	1016	1016	1016	1016
24	762	762	762	762	762	762	762	762
25	762	762	762	762	762	762	762	762
26	508	508	508	508	508	508	508	508
27	304,8	304,8	304,8	304,8	304,8	406,4	406,4	304,8
28	304,8	304,8	304,8	304,8	304,8	304,8	304,8	304,8
29	406,4	406,4	406,4	406,4	406,4	406,4	406,4	406,4
30	304,8	406,4	406,4	304,8	304,8	406,4	304,8	406,4
31	304,8	304,8	304,8	304,8	304,8	304,8	304,8	304,8
32	406,4	304,8	304,8	406,4	406,4	406,4	304,8	304,8
33	406,4	406,4	406,4	406,4	406,4	406,4	508	406,4
34	609,6	508	508	609,6	609,6	508	609,6	508
Coste (miles um)	<b>6.093</b>	<b>6.187</b>	<b>6.073</b>	<b>6.056</b>	<b>6.081</b>	<b>6.096</b>	<b>6.097</b>	<b>6.097</b>

<sup>(1)</sup> Solución obtenida de los trabajos de Matías (2003).

<sup>(2)</sup> Solución obtenida por Savic y Walters (1997).

<sup>(3)</sup> Solución obtenida por Savic y Walters (1997), sin cumplir las restricciones de presión en los nudos.

<sup>(4)</sup> Solución obtenida mediante el método heurístico de Cunha y Sousa (1999). Tal como se verifica en Eusuf y Lansey (2003) esta solución no cumple la restricción de presión mínima

en todos los nudos.

<sup>(5)</sup> Soluciones 1, 2 3 y 4 del método desarrollado. Corresponden a las 4 mejores soluciones obtenidas.

Se destacan los diámetros que son diferentes respecto de la solución propuesta por Savic y Waters que verifica las restricciones de presión en los nudos.

Tabla 11. Nuevos diámetros candidatos para la red de Hanoi.

Nº Diámetro	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
Diam (mm)	101,6	152,4	203,2	254	304,8	406,4	508	609,6	762	1016	1270	1524
Coste (um/m)	8,8	16,17	24,89	34,79	45,73	70,4	98,39	129,33	180,75	278,28	388,91	511,23

Tabla 12. Comparación de soluciones obtenidas con la metodología propuesta con diferentes rangos de diámetros para la red de las Torres de Hanoi.

	Nueva	Sol 1										
Línea	D (mm)	D (mm)		12	508	609,6		25	609,6	762		
1	1270	1016		13	508	508		26	406,4	508		
2	1270	1016		14	406,4	406,4		27	203,2	304,8		
3	1016	1016		15	406,4	304,8		28	254	304,8		
4	1016	1016		16	101,6	304,8		29	406,4	406,4		
5	1016	1016		17	406,4	406,4		30	304,8	304,8		
6	1016	1016		18	406,4	609,6		31	101,6	304,8		
7	762	1016		19	508	508		32	254	406,4		
8	762	1016		20	1016	1016		33	406,4	406,4		
9	762	1016		21	406,4	508		34	508	609,6		
10	609,6	762		22	254	304,8		Coste				
11	609,6	609,6		23	762	1016		(miles	5.201	6.081		
				24	762	762		um)				

En la tabla anterior destacan en sombreado las soluciones diferentes según el rango de diámetros seleccionado. El análisis con detalle de esta tabla permite destacar dos aspectos:

- El aumento del rango de diámetros permite obtener diámetros mayores (1260 mm) a los obtenidos inicialmente (1016 mm).
- La ampliación del rango de diámetros candidatos hacia diámetros menores genera la posibilidad de que se obtengan redes claramente más baratas ya que su trazado se aproxima a una red ramificada cerrándose las mallas mediante diámetros mínimos. Este hecho se había puesto ya de manifiesto al analizar la red de 2 mallas.

Los problemas asociados a los diámetros mínimos de la gama de diámetros con la que se diseña la red de abastecimiento de agua quedan soslayados parcialmente al introducir el concepto de fiabilidad de la red. Sobre la red analizada se ha utilizado el APG para diseñar la red introduciendo el concepto de fiabilidad. Los resultados que se obtienen de la mejor solución de diseño en el caso de fiabilidad se recogen en la tabla 13. En esta tabla se recogen de forma comparativa los resultados del diseño contemplando la fiabilidad del sistema en caso de rotura respecto de la solución inicial del APG con las mismas restricciones que en el resto de estudios de la bibliografía y el diseño ampliando la gama de diámetros candidatos que pueden instalarse en cada tubería.

Tabla 13. Comparación de soluciones obtenidas con la metodología propuesta incluyendo la posibilidad de introducir el concepto de fiabilidad en la red de las Torres de Hanoi.

	Sin Fiab.	Con Fiab.	Sol 1				
Línea	D (mm)	D (mm)	D (mm)	4	1016	1016	1016
1	1270	1270	1016	5	1016	1016	1016
2	1270	1270	1016	6	1016	762	1016
3	1016	1016	1016	7	762	762	1016
				8	762	762	1016

9	762	762	1016
10	609,6	609,6	762
11	609,6	609,6	609,6
12	508	508	609,6
13	508	1016	508
14	406,4	762	406,4
15	406,4	1016	304,8
16	101,6	1016	304,8
17	406,4	1016	406,4
18	406,4	1016	609,6
19	508	1016	508
20	1016	1016	1016
21	406,4	609,6	508
22	254	406,4	304,8

23	762	1016	1016
24	762	762	762
25	609,6	1016	762
26	406,4	1016	508
27	203,2	1016	304,8
28	254	1016	304,8
29	406,4	508	406,4
30	304,8	508	304,8
31	101,6	508	304,8
32	254	304,8	406,4
33	406,4	406,4	406,4
34	508	406,4	609,6
Coste (miles um)	5.201	8.068	6.081

A diferencia de lo que ocurría en la red de Asperovits y Shamir el incremento de coste en la solución con fiabilidad respecto de la solución sin fiabilidad no es tan grande. Esta diferencia se hace tanto menor conforme mayor es el tamaño de la red de distribución que se diseña. Conviene recordar que no incluir el concepto de fiabilidad supone no verificar las presiones mínimas requeridas en caso de rotura o fallo de una de las conducciones. El análisis de la solución fiable permite notar que los diámetros mayores estaban ya presentes en la solución no fiable. Por el contrario aquellos diámetros que eran de tamaño menor en la solución no fiable deben ser mayores en la solución fiable, para asumir una mayor capacidad de transporte en caso de rotura o fallo.

#### ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS MEDIANTE EL APG

Una de las características fundamentales tanto de los AG como del APG es el comportamiento aleatorio del sistema. No solo no existe certeza en obtener el óptimo del sistema, sino que además puede existir cierta variación de los resultados debidos a la aleatoriedad del proceso. Por ello en este apartado se analiza el comportamiento estadístico que presentan las soluciones del APG propuesto cuando se realiza sucesivas veces manteniendo los mismos parámetros o variando tan solo alguno de ellos. Para analizar este comportamiento estadístico del APG se han realizado más de 5000 simulaciones diferentes de la red de las Torres de Hanoi mediante el modelo de diseño propuesto. Los parámetros modificados han sido la probabilidad de mutación y la probabilidad de cruce. La población se ha mantenido constante en todo momento en 100 cadenas.

La interpretación inicial de los resultados se realiza mediante la representación del histograma y el gráfico de probabilidad acumulada de las soluciones obtenidas (Figura 8). Esto permite detectar las soluciones más frecuentes e incluso determinar la probabilidad de obtener una solución mejor a una dada. Hay que tener en cuenta que el histograma representa la totalidad de costes obtenidos variando la probabilidad de mutación y de cruce. Por ello los valores correspondientes al coste mínimo tan solo se obtienen para determinados valores de dichas probabilidades y de ahí que su frecuencia no sea elevada.

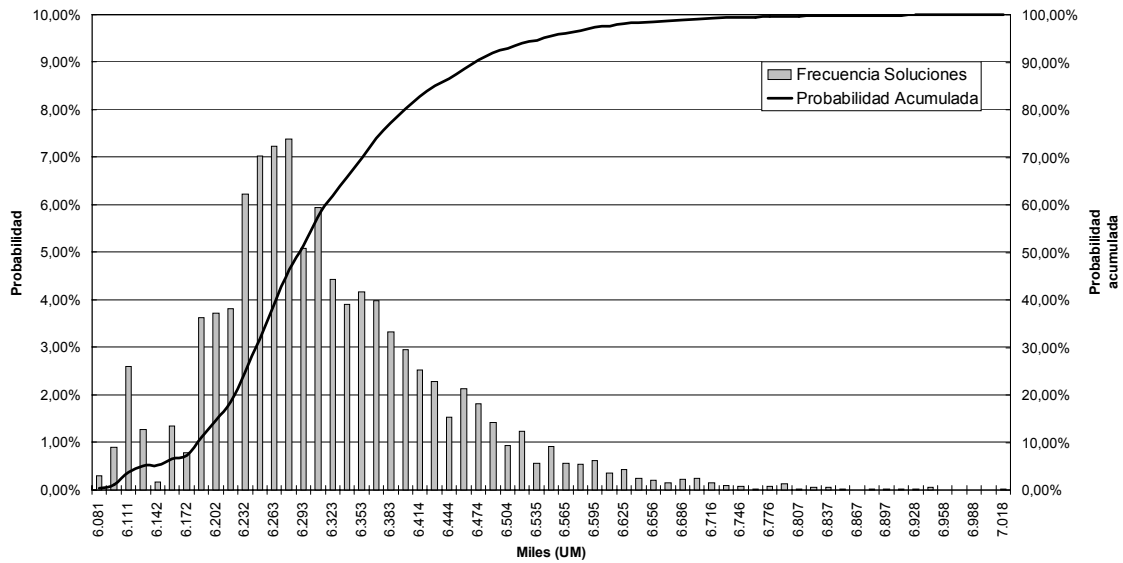


Figura 8. Diagrama de frecuencias y probabilidad acumulada de las diferentes soluciones obtenidas del problema.

Para determinar la influencia que tienen la probabilidad de mutación y de cruce en la obtención del valor mínimo de coste se adoptado como valor óptimo de diseño la solución que corresponde a un coste de 6.081 miles de unidades monetarias (ver Tabla 10). Fijado este valor se analiza para cada combinación de los valores de la probabilidad de mutación y cruce, la probabilidad de que el método APG obtenga el óptimo. La representación de esta tasa de éxito en la obtención del mínimo se representa en la Figura 9. En ella se pone de manifiesto que existen combinaciones de valores de la probabilidad de mutación y de cruce que no generan nunca un valor óptimo. La tasa de éxito máxima en la obtención del óptimo se obtiene aproximadamente para una probabilidad de mutación de 3-4% y una probabilidad de cruce del 30-40%.

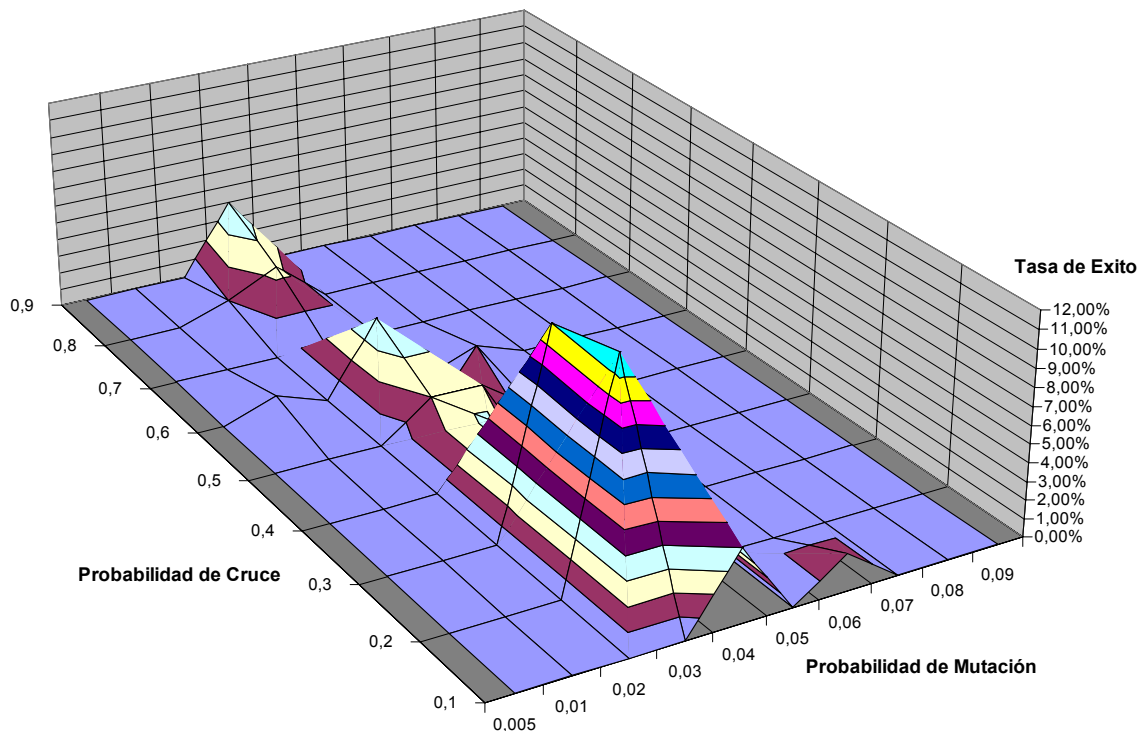


Figura 9. Probabilidad de obtención del mínimo respecto de la probabilidad de mutación y de cruce.

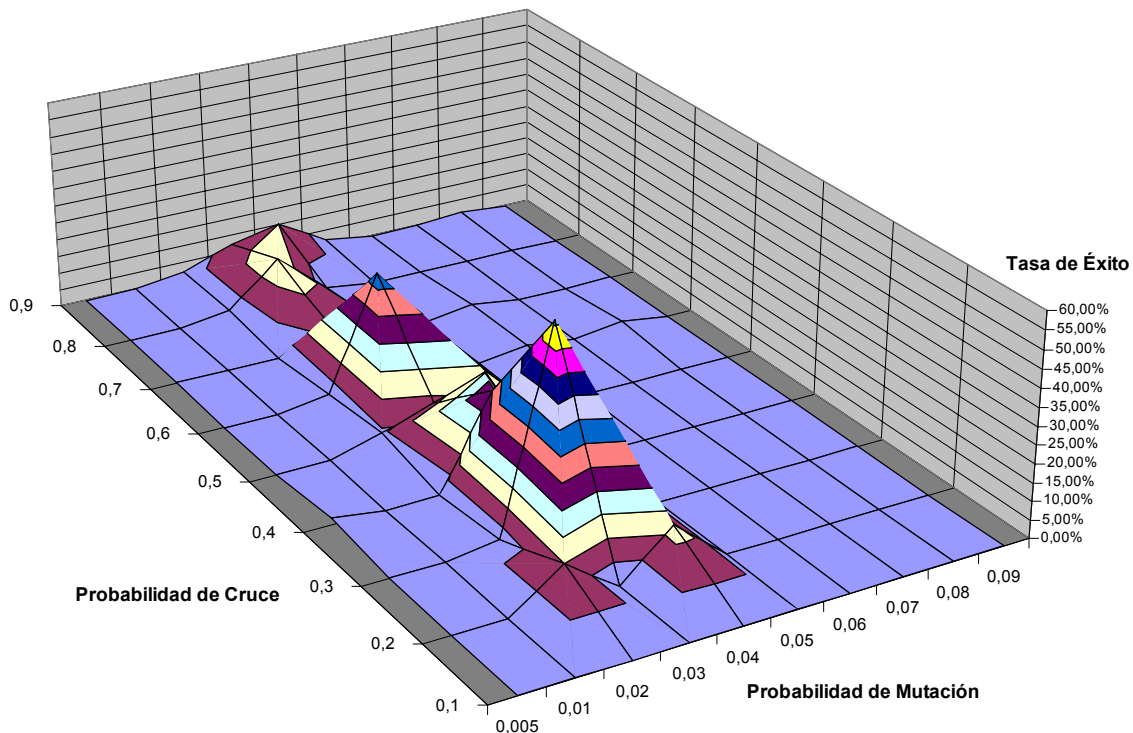


Figura 10. Probabilidad de obtener una “solución buena” respecto de la probabilidad de mutación y de cruce.

Una de las características de los AG en general y del APG propuesto en particular es la capacidad de obtener no solo un valor óptimo, sino de obtener un conjunto de “buenas soluciones” del problema de diseño. En este trabajo se define como “buena solución” aquella cuyo coste asociado presenta una diferencia respecto del valor óptimo inferior al 1%. Así, en la Figura 10 se recoge la probabilidad de obtener una “solución buena” para cada combinación de valores de la probabilidad de mutación y de la probabilidad de cruce. Este gráfico muestra unos valores de la tasa de éxito mayores a los que recogía la Figura 9, lo que muestra la capacidad del método no solo de obtener valores mínimos, sino también de obtener con relativa frecuencia valores muy cercanos al óptimo definido.

Los resultados recogidos en las figuras anteriores marcan de forma muy clara aquellos valores de la probabilidad de cruce y mutación más adecuados para el proceso de diseño. No obstante, para analizar la influencia con detalle que tienen estos parámetros se realizan tres tipos de análisis más detallados todos ellos en función de los parámetros estudiados. Estos estudios de varianza son:

- Varianza de la tasa de éxito en la obtención del valor seleccionado como óptimo del proceso de diseño (Figura 11). Los valores se recogen como valores medios de la tasa de éxito con unos límites de confianza del 95%.
- Varianza de la tasa de éxito en la obtención de “buenas soluciones” (Figura 12). Al igual que ocurre con el estudio anterior se recogen también valores medios de la tasa de éxito con los mismos límites de confianza.
- Estudio de varianza del valor medio obtenido por la totalidad de los casos analizados. En este caso se recogen tanto los estudios de valores medios con intervalos de confianza del 95% (Figura 14) como los gráficos Box-Whisler de dicho coste medio (Figura 13).

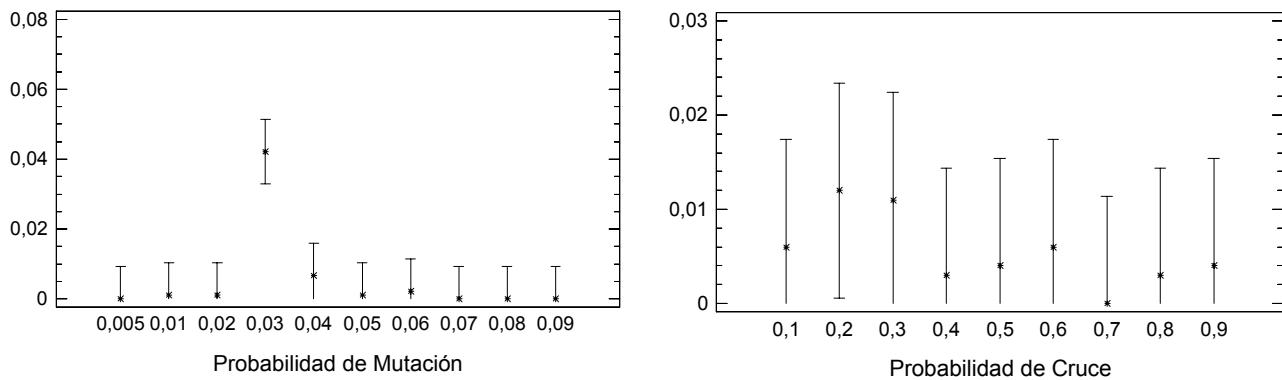


Figura 11. Valores medios de la tasa de éxito en la obtención del mínimo con un margen de tolerancia del 95% en función de las probabilidades de mutación y de cruce.

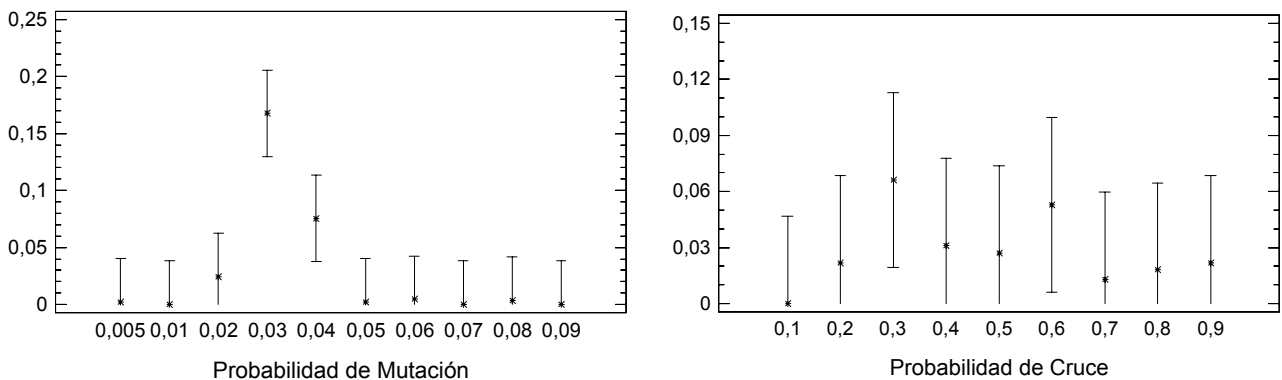


Figura 12. Valores medios de la tasa de éxito en la obtención de "buenas soluciones" con un margen de tolerancia del 95% en función de las probabilidades de mutación y de cruce.

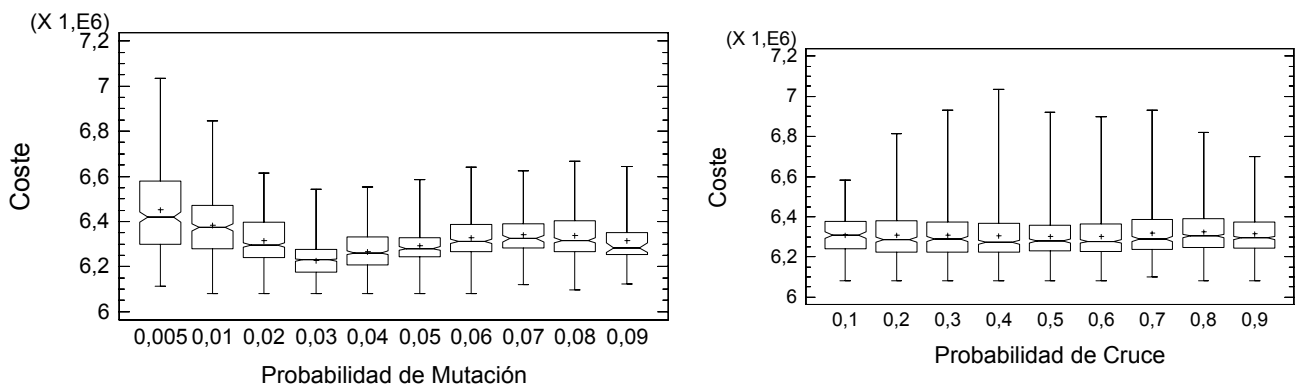


Figura 13. Gráfico box-whisler del coste medio obtenido en cada caso frente a las probabilidades de mutación y de cruce.

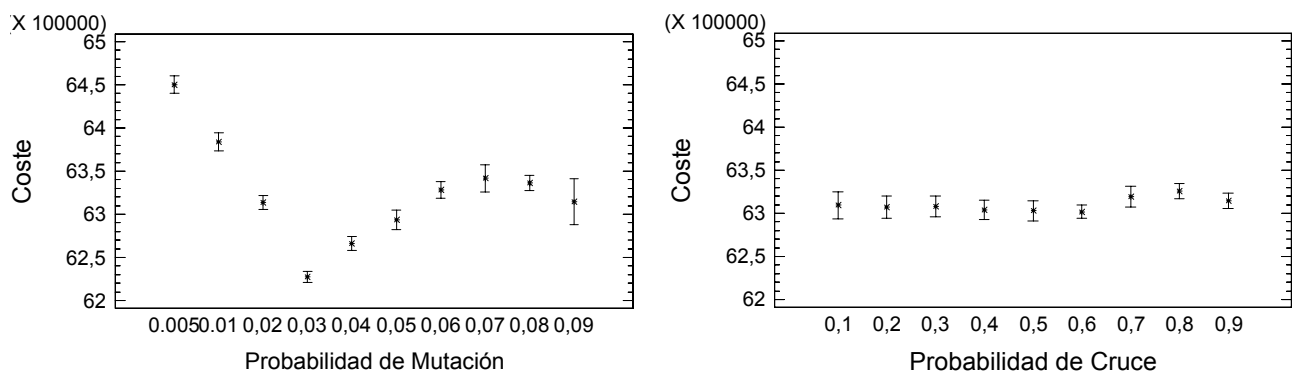


Figura 14. Valores medios del coste con un margen de tolerancia del 95% en función de la probabilidad de mutación y de cruce.



Por último se han realizado algunos estudios de la capacidad de convergencia hacia la solución final de diseño del APG. Aunque las variaciones de convergencia son notables, puede afirmarse que la convergencia del APG durante las primeras iteraciones es mayor. En un número de iteraciones (generaciones) sensiblemente menor el APG es capaz de encontrarse en las proximidades de una “buena solución”. La Figura 15 recoge dos simulaciones características de la convergencia de un AG con codificación binaria y del APG de codificación numérica propuesto.

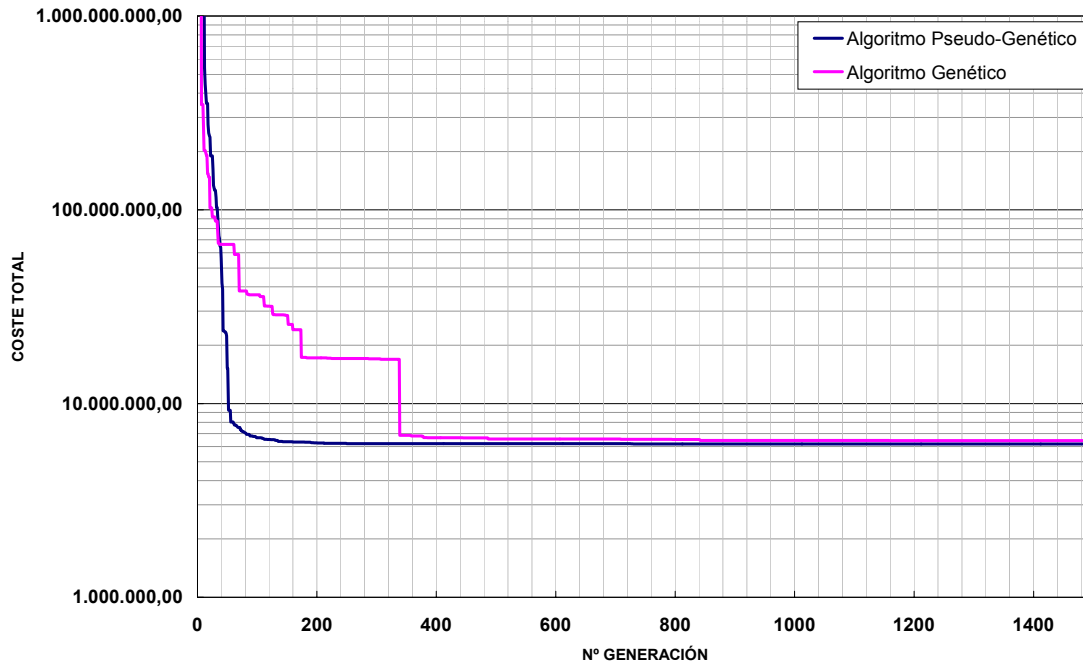


Figura 15. Convergencia comparativa entre el AG de codificación binaria y el APG propuesto.

## CONCLUSIONES

El modelo de diseño mediante algoritmos genéticos propuesto (APG) tiene una serie de características diferentes a los algoritmos clásicos implementados hasta el momento:

- La codificación numérica simplifica la definición del problema, ya que cada eslabón corresponde a una de las variables de decisión objeto de optimización.
- El método propuesto permite que cada eslabón tenga un número variable de estados alternativos de la variable, no reduciéndose a únicamente dos estados.
- El APG presenta genera resultados óptimos al menos tan buenos como los obtenidos por otros autores sobre las mismas redes de abastecimiento. En algunos casos los resultados obtenidos son mejores.
- El análisis estadístico permite estudiar la tasa de éxito tanto de obtención del valor mínimo como de obtención de soluciones que difieren del mínimo una cantidad inferior al 1%.
- En el APG con el método de reproducción constante no presenta una sensibilidad especial respecto de la probabilidad de cruce. Respecto de la probabilidad de mutación ésta debe estar aproximadamente en 1 eslabón por cada cadena, lo que para el caso analizado de la red de las Torres de Hanoi se traducía en un 3% de probabilidad.
- Por último, parece que la convergencia hacia soluciones finales, y por tanto el tiempo de cálculo necesario es inferior a los métodos basados en AG clásicos.

En definitiva, el modelo APG propuesto parece válido para el diseño de redes de abastecimiento de agua. No obstante, deben ajustarse sus parámetros para diseños en los cuales se tenga en cuenta el criterio de fiabilidad. La consideración de este factor en el diseño de redes de abastecimiento de agua modifica notablemente las soluciones obtenidas y probablemente los parámetros de los AG necesarios para el diseño en estas circunstancias pudiesen verse modificados. Sin duda un estudio estadístico en profundidad sobre el diseño fiable podría alumbrar algunas de las sombras que en la actualidad existen.

## AGRADECIMIENTOS

El desarrollo de este trabajo ha sido posible gracias al Ministerio de Ciencia y Tecnología de España, quién ha financiado el proyecto de investigación titulado *Desarrollo de una herramienta para modelación de sistemas de abastecimiento de agua utilizando sistemas de información geográfica y algoritmos genéticos (MAGIAS)*, cuyo detalle puede verse en Iglesias (2003).

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ASPEROVITS, E. y SHAMIR, U. (1977). "Design of Optimal Water Distribution Systems". Water Resources Research, Vol 12 nº 6, 885-900.
- CUNHA, M.C.; SOUSA, J. (1999) "Water distribution networks design optimization: simulated annealing approach". Journal of Water Resources Planning and Management. July/August 1999. pp. 215 – 221.
- EIGER, G.; SHAMIR, U.; BEN-TAL, A. (1994). "Optimal design of water distribution systems". Water Resources Research. Vol 30. nº 9. pp. 2637-2646.
- EUSUFF, M.; LANSEY, K.E. (2003). "Optimization of the water distribution network design using the shuffled frog leaping algorithm". Journal of the Water Resources Water and Management. May/June 2003. pp. 210-225.
- FUJIWARA, O. y KHANG, D.B. (1990). "A two-phase Decomposition Method for Optimal Design of Looped Water Distribution Networks". Water Resources Research, Vol 26, nº 4, 539-549.
- IGLESIAS, P.L.; LÓPEZ, P.A.; MARTÍNEZ, F.J.; PÉREZ, R. (2002). "Dimensionado económico de impulsiones mediante algoritmos genéticos". II Seminario Hispano-Brasileño sobre Planificación Proyecto y Operación de Redes de Abastecimiento de Agua. Valencia, 10-12 diciembre, 2002.
- IGLESIAS, P.L. (2001). "Modelo general de análisis de redes hidráulicas a presión en régimen transitorio". Tesis Doctoral – Dpto. Ingeniería Hidráulica y Medio Ambiente. Universidad Politécnica de Valencia.
- IGLESIAS, P. L. (2003). "Desarrollo de una herramienta para modelación de sistemas de abastecimiento de agua utilizando sistemas de información geográfica y algoritmos genéticos (MAGIAS)". Memoria del Proyecto de Investigación nº DPI2003-02676 del Ministerio de Ciencia y Tecnología (España).
- IGLESIAS, P.L.; LÓPEZ, P.A.; LÓPEZ, G. y MARTÍNEZ, F.J. (2004). "Epanet 2.0vE. Manual de usuario". Ed. Grupo Multidisciplinar de Modelación de Fluidos, Valencia. (Traducción comentada del texto original de Rossmann, L. Epanet 2.0 Users Manual).
- KESSLER, A.; SHAMIR, U. (1997). "Decomposition technique for optimal design of water supply systems". Engineering Optimization. Vol 17. nº 1. pp. 1-19.
- MATÍAS, A. (2003). "Diseño de redes de distribución de agua contemplando la fiabilidad mediante algoritmos genéticos". Tesis Doctoral – Dpto. Ingeniería Hidráulica y Medio Ambiente. Universidad Politécnica de Valencia.
- MATIAS, A. (2004). "Etapas en el diseño de redes distribución de agua mediante algoritmos genéticos". III Seminario hispano-brasileño sobre Planificación, Proyecto y Operación de Redes de Abastecimiento de Agua. Valencia.

- MORLEY, M.S.; ATKINSON, R.M.; SAVIS, D.A.; WALTERS, G.A. (2001). "GAnet: genetic algorithm platform for pipe network optimization". Advances in Engineering Software. Vol 32 (2001). Pp.467-475.
- ROSSMAN, L.A. (2002). "EPANET. Users Manual". Environmental Protection Agency, Cincinnati, USA.
- SAVIC, D.A y WALTERS, G.A (1997). "Genetic Algorithms for Least-Cost Design of water Distribution Systems". Journal of Water Resources Planning and Management, Vol 125. nº2, 67-77.