

## VALIDACIÓN MEDIANTE ENSAYOS EN LABORATORIO DEL MODELO MATEMÁTICO PARA EL ANÁLISIS DE TRANSITORIOS HIDRÁULICOS CON BOLSAS DE AIRE ATRAPADO

Vicente S. Fuertes Miquel<sup>1</sup>; Pedro L. Iglesias Rey<sup>1</sup>;  
Joaquín Izquierdo Sebastián<sup>1</sup>; F. Javier Martínez Solano<sup>1</sup>

**Resumen** – En este trabajo se presentan los resultados, tanto analíticos como experimentales, correspondientes al estudio de transitorios hidráulicos con bolsas de aire atrapado en una tubería de perfil irregular. Los resultados analíticos se obtienen a partir de un modelo matemático de carácter general, presentado por los autores en trabajos previos, el cual está basado en el modelo rígido y considera que la evolución del gas tiene un comportamiento politrópico. Los resultados del laboratorio muestran, para un índice politrópico  $n = 1,4$ , una muy buena concordancia con los resultados teóricos que proporciona el modelo hasta que la columna de llenado alcanza el punto más alto de la instalación. A partir de ese instante, y puesto que falla una de las hipótesis básicas (interfase aire-agua coincidente con la sección recta de la tubería), las discrepancias son importantes.

**Abstract** – In this paper analytical and experimental results are presented for the study of entrapped air pockets in a pipeline of irregular profile. The analytical results are obtained from a general model, presented by the authors in previous works, based on a liquid and pipe rigid approach and assuming for the gas a polytropic compression decompression behaviour. Laboratory results show, for a polytropic index  $n = 1,4$ , a very good agreement with theoretical results until the filling column reaches the highest point of the pipe. From that point, and due to the failure of the basic hypothesis, a well-defined air-water cross section interface, the discrepancies are relevant.

**Palabras clave:** Transitorios hidráulicos, aire atrapado, bolsas de aire, modelo matemático, ensayos en laboratorio, validación del modelo.

---

<sup>1</sup> Universidad Politécnica de Valencia – Departamento de Ingeniería Hidráulica y Medio Ambiente – Grupo Multidisciplinar de Modelación de Fluidos – Camino de Vera S/N – CP 46022 – Valencia (España) – Tel: 34 963879890 – Fax: 34 963877991 E-mail: [vfuentes@gmmf.upv.es](mailto:vfuentes@gmmf.upv.es) ; [piglesia@gmmf.upv.es](mailto:piglesia@gmmf.upv.es) ; [jizquier@gmmf.upv.es](mailto:jizquier@gmmf.upv.es) ; [jmsolano@gmmf.upv.es](mailto:jmsolano@gmmf.upv.es)

## INTRODUCCIÓN

El aire puede estar presente dentro de una conducción por motivos muy diversos, tanto intencionados como accidentales. Estas bolsas de aire atrapado en las tuberías a presión constituyen una fuente de numerosos problemas, siendo uno de los principales las importantes sobrepresiones que pueden generarse como consecuencia de su poca inercia y fácil compresibilidad. De hecho, en la bibliografía especializada se han referenciado diversos casos donde las sobrepresiones alcanzadas son varias veces superiores a las que se producirían sin la presencia de aire atrapado.

Así pues, es evidente que el aire atrapado entre dos columnas de agua en una conducción a presión constituye un motivo de preocupación por los importantes picos de presión que pueden generarse con ocasión del arranque de la instalación, independientemente de la presencia o no de ventosas. Por ello, el conocimiento físico del fenómeno y la posibilidad de evaluar los picos de presión que potencialmente pueden producirse presenta un indudable interés práctico.

Las conducciones de perfil irregular facilitan la localización de bolsas de aire en los puntos altos, llegando a ocasionar la rotura de las mismas durante las operaciones de puesta en marcha. Se trata, sin duda, de una de las causas más frecuentes de averías. En estos casos, el conocimiento de las presiones en la conducción como consecuencia de las operaciones de llenado de las mismas con presencia de aire atrapado es, pues, de vital importancia para evitar estas roturas.

Los autores han venido dedicando a este problema una notable atención. En particular, en Fuertes (2001) se presenta con todo detalle un modelo de carácter general que permite el análisis de los transitorios generados por la evolución de cualquier número de bolsas de aire atrapado en una conducción de perfil irregular. Las hipótesis fundamentales para el desarrollo del modelo son la consideración de parámetros concentrados (modelo rígido) e interfases aire-agua coincidentes con la sección recta de la tubería (modelo pistón).

Lógicamente, el modelo propuesto debe ser objeto de validación para asegurar que los resultados que proporciona se aproximan a la realidad. En este trabajo se presentan resultados experimentales medidos en el laboratorio y se comparan con los que proporciona el modelo matemático. El equipo experimental que se ha montado en los laboratorios de la Universidad Politécnica de Valencia, cuya descripción puede verse en Fuertes *et al.* (2004), ha sido diseñado para estudiar el llenado de una conducción con bolsas de aire atrapado con un doble objetivo: a) por un lado, validar los resultados teóricos del modelo propuesto y b) por otro lado, determinar el valor del índice politrópico  $n$  que mejor caracteriza el comportamiento de las bolsas de aire atrapado.

En relación con esta última cuestión, tras realizar un análisis detallado (Fuertes, 2001) se concluye que el coeficiente politrópico no es constante (varía con las características de la instalación y con las particularidades del transitorio). Además, incluso varía durante el desarrollo de un transitorio concreto. Así pues, no es posible generalizar el uso de uno u otro valor del exponente politrópico  $n$ . En la bibliografía nos encontramos con todos los valores posibles, desde  $n = 1,0$  (proceso isoterma) hasta  $n = 1,4$  (proceso adiabático). En general, puede afirmarse que cuanto más lento sea el transitorio más realista será la suposición de una evolución isoterma ( $n = 1,0$ ), mientras

que para los procesos rápidos la hipótesis de una evolución adiabática ( $n = 1,4$ ) proporcionará mejores resultados.

En muchos trabajos se propone utilizar el valor medio  $n = 1,2$ . Este mismo valor era asumido por Martin (1976) hace algunos años para el análisis de tuberías con bolsas de aire atrapado. Sin embargo, más recientemente, Lee y Martin (1999) presentan resultados experimentales para bolsas de aire atrapado, pero en una tubería horizontal, apuntando que el primer pico de presión se ajusta mucho mejor con un exponente politrópico  $n = 1,4$  que con  $n = 1,2$ . Como se verá más adelante, aunque los picos de presión que se alcanzan en las experiencias de Lee y Martin son mayores que los aquí presentados, y debido a que ambos transitorios son muy rápidos, en ambos casos se llega a la misma conclusión: para las instalaciones analizadas, el valor del índice politrópico que mejor ajusta resultados teóricos y experimentales es  $n = 1,4$ .

Tras realizar los ensayos y comparar los resultados, puede afirmarse que la concordancia entre los valores experimentales medidos por los transductores y los obtenidos con el modelo matemático es muy buena hasta que el transitorio alcanza un cierto instante. A partir de este momento, se observa una clara discrepancia entre valores medidos y teóricos.

Para intentar explicar esta divergencia, y puesto que el transitorio es muy rápido, se ha estudiado la influencia sobre los resultados de considerar un factor de fricción variable. Recientemente muchos investigadores le han prestado atención a este tema. El modelo más referenciado y exitoso es debido al equipo de Brunone (Brunone *et al.*, 1991a; Brunone *et al.*, 1991b), modelo que ha sido revisado y chequeado por otros autores (Bergant y Simpson, 1994; Bughazem y Anderson, 1996; Vardy y Brown, 1996). Todos estos trabajos han sido aplicados al modelo elástico. Puesto que aquí se están utilizando las ecuaciones del modelo rígido para analizar el problema, el modelo de Brunone es mucho más sencillo de aplicar, ya que el segundo término del factor de fricción variable no se considera (no hay aceleración convectiva).

Los resultados teóricos obtenidos, siendo prácticamente los mismos, se mejoran ligeramente cuando se toma en consideración este factor de fricción variable. Sin embargo, las ventajas de utilizar un factor fricción variable en instalaciones reales son pocas, puesto que el orden de magnitud del error en los datos de partida (por ejemplo, la longitud de la bolsa de aire atrapado) es mucho mayor.

Puesto que todo el modelo falla en el mismo instante, independientemente de la medida del transductor que se considere, y una vez comprobado que la utilización del factor de fricción variable no mejora significativamente los resultados, debemos encontrar la causa que provoca tales discrepancias.

Un análisis cuidadoso de los resultados muestra que en ese instante la columna de llenado alcanza el punto más alto de la conducción, siendo la presión en ese punto y en ese instante muy pequeña (próxima a la presión atmosférica o incluso inferior). En estas condiciones, parece claro que la hipótesis de una interfase aire-agua coincidente con la sección recta de la tubería, válida hasta ese momento, deja de serlo. El fluido que baja por la tubería es ahora una mezcla de aire y agua, lo cual se confirma claramente con el comportamiento de las fotocélulas C6, C7 y C8, localizadas todas ellas aguas abajo de ese punto. En tales condiciones, las fotocélulas difícilmente son capaces de identificar el fluido (aire o agua) que circula por la conducción, puesto que ambos se encuentran mezclados. Fallando una de las hipótesis básicas del modelo, ello afecta a la evolución de las bolsas de aire atrapado, lo cual a su vez provoca las discrepancias observadas entre valores

teóricos y experimentales. Esto no es un hecho sorprendente tratándose de modelos para aire atrapado, tal y como ponen de manifiesto Locher y Wang (1992).

En cualquier caso, la concordancia obtenida durante los primeros instantes del transitorio (hasta alcanzar el punto crítico anteriormente comentado) es bastante buena, lo cual permite afirmar que el modelo matemático propuesto es válido. Debe resaltarse que los máximos picos de presión se alcanzan en los momentos iniciales del transitorio.

## BREVE DESCRIPCIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO PROPUESTO

Los autores han desarrollado un modelo general (Fuentes, 2001) que permite el análisis simultáneo de la evolución de  $n$  bolsas de aire atrapado en una tubería de perfil irregular.

El sistema de ecuaciones que modela el fenómeno analizado consta de  $n+1$  ecuaciones integrales que identifican la posición de las fronteras,  $n$  ecuaciones algebraicas que siguen la evolución de las  $n$  bolsas de aire y  $n+1$  ecuaciones diferenciales ordinarias que caracterizan el movimiento de la columna de llenado y de las  $n$  columnas de bloqueo. Detalles de este sistema de  $3n+2$  ecuaciones, así como de su resolución práctica, se encuentran en Fuentes *et al.* (1997), Fuentes *et al.* (1998), Fuentes (2001). Además, se ha realizado un detallado análisis dimensional del problema (Fuentes *et al.*, 1999; Fuentes, 2001), con el objeto de identificar los parámetros más significativos del fenómeno estudiado.

A continuación se presenta una muy breve descripción del modelo matemático propuesto. Se considera una conducción de perfil irregular, constituida por  $m$  tramos de pendiente constante, en la cual se tienen  $n$  bolsas de aire atrapado y  $n$  columnas de bloqueo (Figura 1).

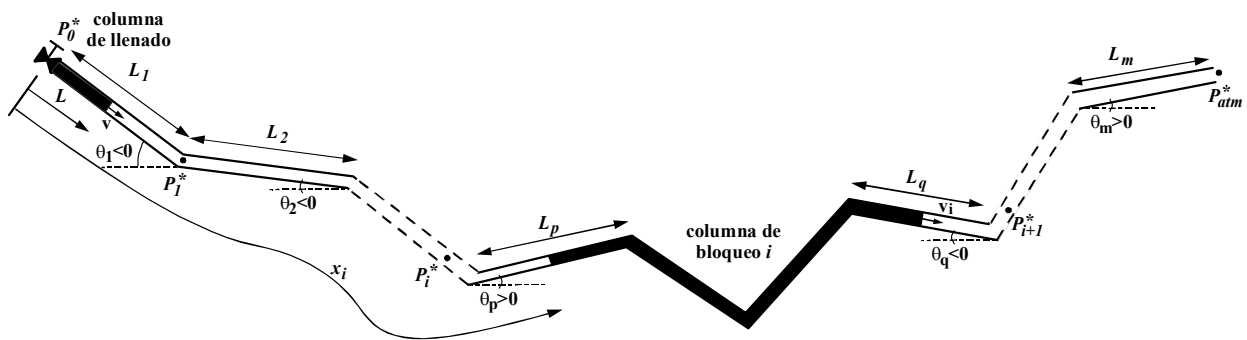


Figura 1. Tubería de perfil irregular con  $n$  bolsas de aire atrapado.

Las principales hipótesis empleadas para el desarrollo del modelo son:

- El análisis del transitorio se realiza mediante la aplicación del modelo rígido, lo cual supone despreciar la elasticidad del sistema.

- Las interfases aire-agua están perfectamente definidas y coinciden con la sección recta de la tubería.
- El aire atrapado sigue una evolución politrópica de exponente  $n$ .

En estas condiciones, las ecuaciones básicas que modelan el sistema que se pretende estudiar son las que se describen a continuación:

• **Para la columna de llenado se tiene 2 ecuaciones:**

1.- Ecuación del modelo rígido que caracteriza el movimiento de la columna de llenado impulsada por la fuente de energía ( $p_0^*$  es la presión aguas arriba de la conducción y  $p_1^*$  es la presión de la primera bolsa de aire)

$$\frac{dv}{dt} = \frac{p_0^* - p_1^*}{\rho L} - g \frac{\Delta z}{L} - \frac{f v |v|}{2 D} \quad (1)$$

2.- Posición de la columna de llenado

$$L = L_0 + \int_0^t v dt \quad \left( \frac{dL}{dt} = v \right) \quad (2)$$

• **Para cada una de las  $n$  columnas de bloqueo / bolsas de aire se tienen 3 ecuaciones ( $3n$  en total):**

3.- Ecuación del modelo rígido que caracteriza el movimiento de la columna de bloqueo  $i$

$$\frac{dv_i}{dt} = \frac{p_i^* - p_{i+1}^*}{\rho L_{b,i}} - g \frac{\Delta z_{b,i}}{L_{b,i}} - \frac{f v_i |v_i|}{2 D} \quad (3)$$

4.- Evolución de la bolsa de aire  $i$

$$p_i^* \cdot (x_i - x_{i-1} - L_{b,i-1})^n = p_{i,0}^* \cdot (x_{i,0} - x_{i-1,0} - L_{b,i-1})^n = cte \quad (4)$$

5.- Posición de la columna de bloqueo  $i$

$$x_i = x_{i,0} + \int_0^t v_i dt \quad \left( \frac{dx_i}{dt} = v_i \right) \quad (5)$$

Así pues, se tiene un sistema de  $2+3n$  ecuaciones diferenciales. La resolución de dicho sistema, junto con las condiciones iniciales y las condiciones de contorno adecuadas, nos permite determinar las  $2+3n$  incógnitas del problema planteado:

- Columna de llenado: velocidad  $v$  y posición  $L$ .

- Bolsa de aire: presión  $p_i^*$ .
- Columna de bloqueo: velocidad  $v_i$  y posición  $x_i$ .

## BREVE DESCRIPCIÓN DE LA INSTALACIÓN OBJETO DE ESTUDIO

En los laboratorios del Departamento de Ingeniería Hidráulica y Medio Ambiente de la Universidad Politécnica de Valencia se ha montado un equipo experimental de dimensiones reducidas, la cual pretende simular una impulsión simple de perfil irregular donde pueden generarse hasta un máximo de dos bolsas de aire atrapado (Fuertes *et al.*, 2004).

Dicha instalación es alimentada mediante una pequeña bomba centrífuga que eleva el agua desde un depósito de aspiración ( $z = 0,62$  m) hasta un depósito elevado ( $z = 2,22$  m). Se trata de una impulsión con una longitud total  $L = 8,62$  metros, diámetro interior  $D = 18,8$  mm y factor de fricción  $f = 0,02$ . Una vez se ha establecido el régimen permanente, el caudal es  $Q_{perm} = 0,95$  l/s (con una velocidad  $v_{perm} = 3,44$  m/s).

Para estudiar el transitorio que se genera al poner en marcha la instalación, se han instalado a lo largo de la tubería un total de 7 transductores para medir la presión y 8 fotocélulas para medir la localización de las interfases aire-agua.

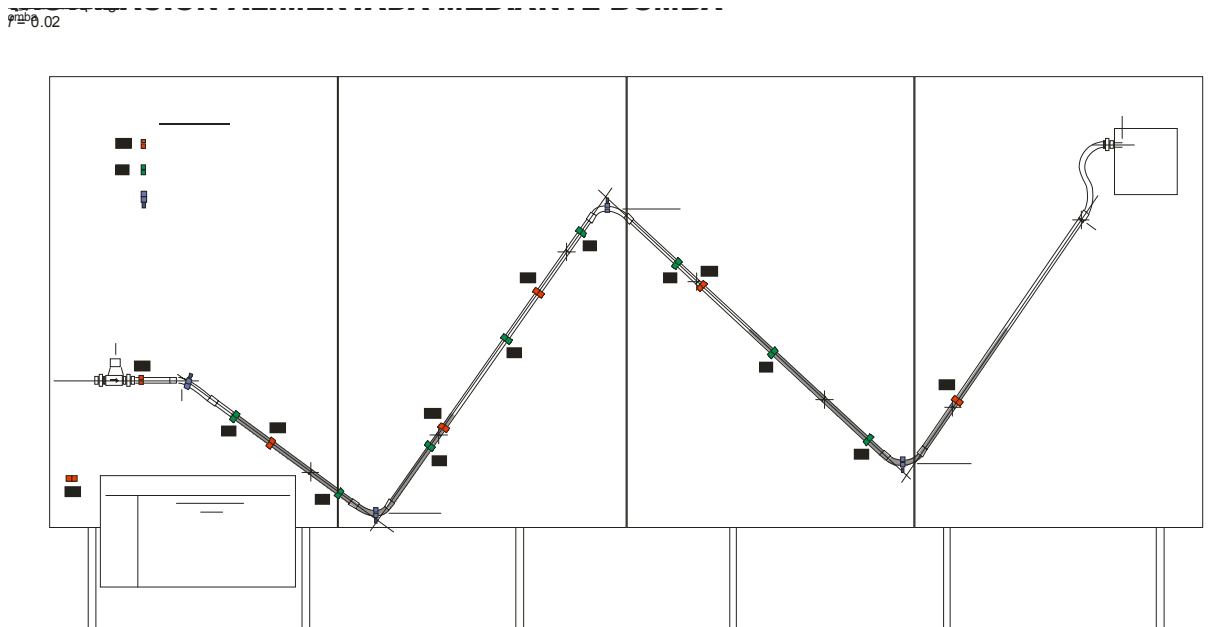


Figura 2. Esquema de la instalación estudiada.

## MEDICIONES REALIZADAS

Utilizando el montaje de laboratorio descrito anteriormente se han realizado una serie de mediciones en régimen transitorio modificando el tamaño de las bolsas de aire mediante las válvulas de purga. A continuación se presenta una pequeña parte de los resultados obtenidos.

Manteniendo constante la segunda columna de bloqueo ( $x_{2,0} = 5,79$  m,  $L_{b,2} = 1,725$  m) se ha modificado el tamaño de la primera bolsa de aire cada 5 cm desde  $x_{1,0} = 2,20$  m ( $L_{b,1} = 1,618$  m) hasta  $x_{1,0} = 2,80$  m ( $L_{b,1} = 0,563$  m). El resumen de los resultados obtenidos (para el transductor Tr5, el cual se encuentra en el primer tramo descendente de la instalación) puede verse en la Tabla 1 o gráficamente en la Figura 3.

Tabla 1. Resumen de resultados (transductor Tr5).

	$x_{1,0}$ (m)	$L_{b,1}$ (m)	$V_{1,0}$ (lt)	1 <sup>er</sup> pico		2 <sup>o</sup> pico	
				$p_{Tr5}^*$ (mca)	$t$ (s)	$p_{Tr5}^*$ (mca)	$t$ (s)
1	2,20	1,618	0,1332	16,73	0,171	17,83	0,431
2	2,25	1,531	0,1471	16,73	0,179	17,88	0,440
3	2,30	1,443	0,1610	16,48	0,175	17,48	0,449
4	2,35	1,355	0,1749	16,03	0,176	17,13	0,438
5	2,40	1,267	0,1888	15,43	0,180	16,73	0,458
6	2,45	1,179	0,2026	15,38	0,186	16,88	0,448
7	2,50	1,091	0,2165	14,83	0,183	16,33	0,433
8	2,55	1,003	0,2304	14,43	0,190	15,98	0,440
9	2,60	0,915	0,2443	14,08	0,186	16,08	0,447
10	2,65	0,827	0,2582	13,93	0,187	15,58	0,431
11	2,70	0,739	0,2720	13,58	0,196	15,43	0,421
12	2,75	0,651	0,2859	13,23	0,190	15,18	0,438
13	2,80	0,563	0,2998	12,93	0,190	14,73	0,412
14	2,85	0,475	0,3137	12,58	0,191	14,38	0,378

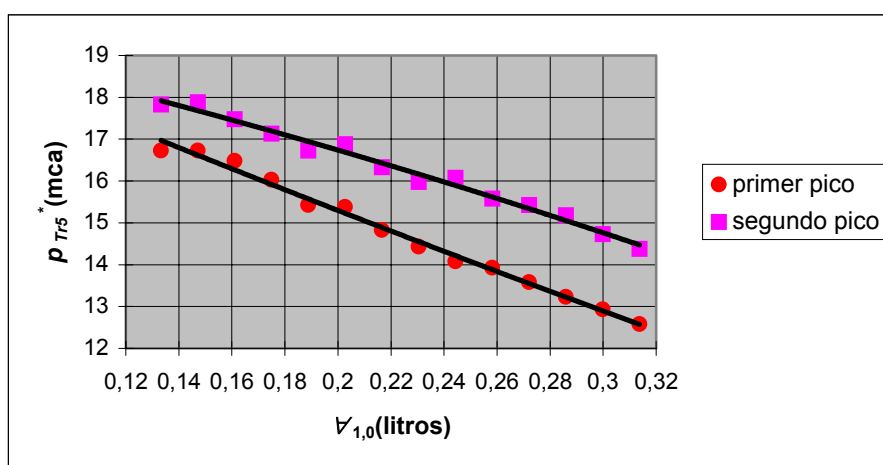


Figura 3. Presiones máximas (transductor Tr5).

De los resultados anteriores puede destacarse lo siguiente:

- El segundo pico de presión es más elevado que el primero. Esto no es lo habitual, porque normalmente la primera columna de bloqueo actúa prácticamente como un tapón, y sólo

comienza a moverse de manera apreciable cuando se alcanza una presión importante. De hecho, cuanto menor es la primera columna de bloqueo (mayor volumen de aire) más grande es la diferencia entre ambos picos.

- Si la elasticidad del sistema aumenta por cambios en el volumen de la primera bolsa de aire,  $\forall_{1,0}$ , esto influye significativamente en las presiones máximas. Al aumentar el tamaño de la bolsa de aire, ambos picos de presión aumentan.

## COMPARACIÓN CON EL MODELO

Los resultados experimentales medidos en el laboratorio han sido utilizados para verificar el modelo propuesto y para intentar ajustar el valor del índice politrópico  $n$ . Tras un análisis detallado de las mediciones realizadas, comparándolas con los resultados que proporciona el modelo, se concluye que el valor del índice politrópico que mejor modela el comportamiento de la instalación es  $n = 1,4$  (evolución adiabática).

Si se comparan las medidas experimentales con los valores que proporciona el modelo se observa que la coincidencia es bastante buena. Como ejemplo, se presentan los resultados de la comparación para uno de los ensayos realizados, definido por las siguientes características:

- $x_{1,0} = 2,30$  m ( $L_{b,1} = 1,443$  m,  $L_{aire\ 1,0} = 0,58$  m,  $\forall_{1,0} = 0,161$  lt)
- $x_{2,0} = 5,79$  m ( $L_{b,2} = 1,725$  m,  $L_{aire\ 2,0} = 2,05$  m,  $\forall_{2,0} = 0,568$  lt)

En la Figura 4 se muestra la comparación entre las mediciones y los resultados teóricos para uno de los transductores de presión, concretamente el que se encuentra localizado en el primer tramo descendente de la instalación.



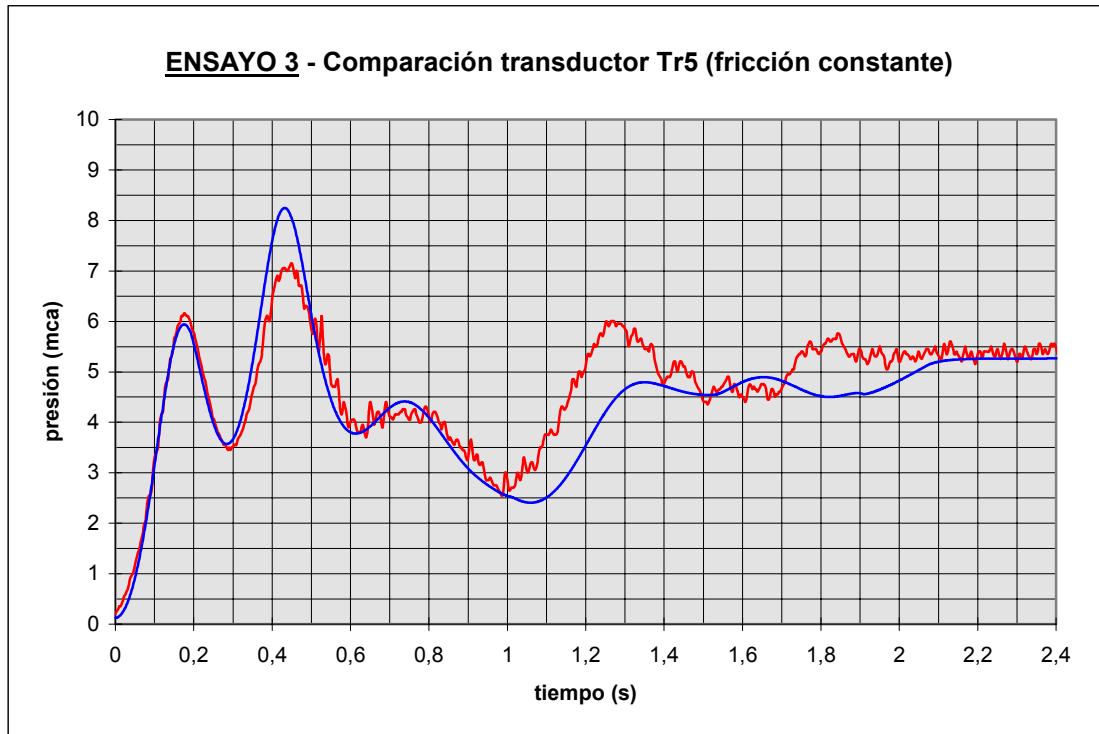


Figura 4. Comparación entre medidas experimentales y resultados del modelo con fricción constante (transductor Tr5).

Tal y como se observa en la gráfica anterior, la concordancia es muy buena hasta que el transitorio alcanza un cierto instante ( $t = 1,01$  s). A partir de este momento, se aprecian claras discrepancias entre los valores medidos y los teóricos que proporciona el modelo. Este hecho se repite exactamente igual para todos los transductores analizados.

Inicialmente, para intentar explicar las divergencias observadas y puesto que el transitorio estudiado es muy rápido, se ha analizado la influencia que pudiera tener sobre los resultados el considerar un factor de fricción variable.

El término de fricción en régimen transitorio  $J_u$  difiere de dicho término en régimen permanente  $J_s$ . En los últimos años se han propuesto numerosos modelos de fricción variable para el estudio de flujos transitorios. Todos estos modelos han sido calibrados para ciertas condiciones del flujo, pero ninguno de ellos puede considerarse totalmente general.

De todos ellos, uno de los que mejor ajusta los resultados experimentales (Bergant y Simpson, 1994; Bergant *et al.*, 2001) es el modelo de Brunone *et al.* (1991a), los cuales proponen la siguiente expresión para determinar el término de fricción variable

$$J_u = J_s + \frac{k_3}{g} \left( \frac{\partial v}{\partial t} - a \frac{\partial v}{\partial s} \right) \quad (6)$$

donde:  $J_u$  = término de fricción en régimen no permanente  
 $J_s$  = término de fricción en régimen permanente  
 $k_3$  = coeficiente obtenido experimentalmente  
 $g$  = aceleración de la gravedad

$\partial v / \partial t$  = aceleración local  
 $a$  = celeridad de la onda de presión  
 $\partial v / \partial s$  = aceleración convectiva

Particularizando la expresión precedente para el modelo aquí presentado (modelo rígido), donde no tiene sentido hablar de aceleración convectiva, se tiene

$$J_u = J_s + \frac{k_3}{g} \frac{\partial v}{\partial t} \quad (7)$$

Es decir, puesto que aquí estamos utilizando el modelo rígido para el análisis del transitorio, el modelo de Brunone es mucho más fácil de aplicar, ya que el segundo término del factor de fricción variable no se considera.

El coeficiente  $k_3$  no es constante, sino que depende fuertemente del número de Reynolds (Vardy y Brown, 1996). El término de fricción no permanente  $J_u$  disminuye rápidamente cuando el número de Reynolds aumenta, al contrario que el término de fricción permanente  $J_s$ , el cual aumenta con el número de Reynolds (aproximadamente proporcional a  $Re^{1,75}$ ). Estas tendencias opuestas se manifiestan claramente en las observaciones experimentales realizadas por diversos autores. Concretamente, el valor adoptado para el parámetro  $k_3$ , de acuerdo al criterio sugerido por Vardy y Brown (1996), y para los valores del número de Reynolds que se tienen en la instalación del laboratorio, es  $k_3 = 0,05$ .

En la Figura 5 puede verse la comparación entre las medidas experimentales y los resultados teóricos para el transductor Tr5 cuando se considera un factor de fricción variable con un coeficiente  $k_3 = 0,05$ .

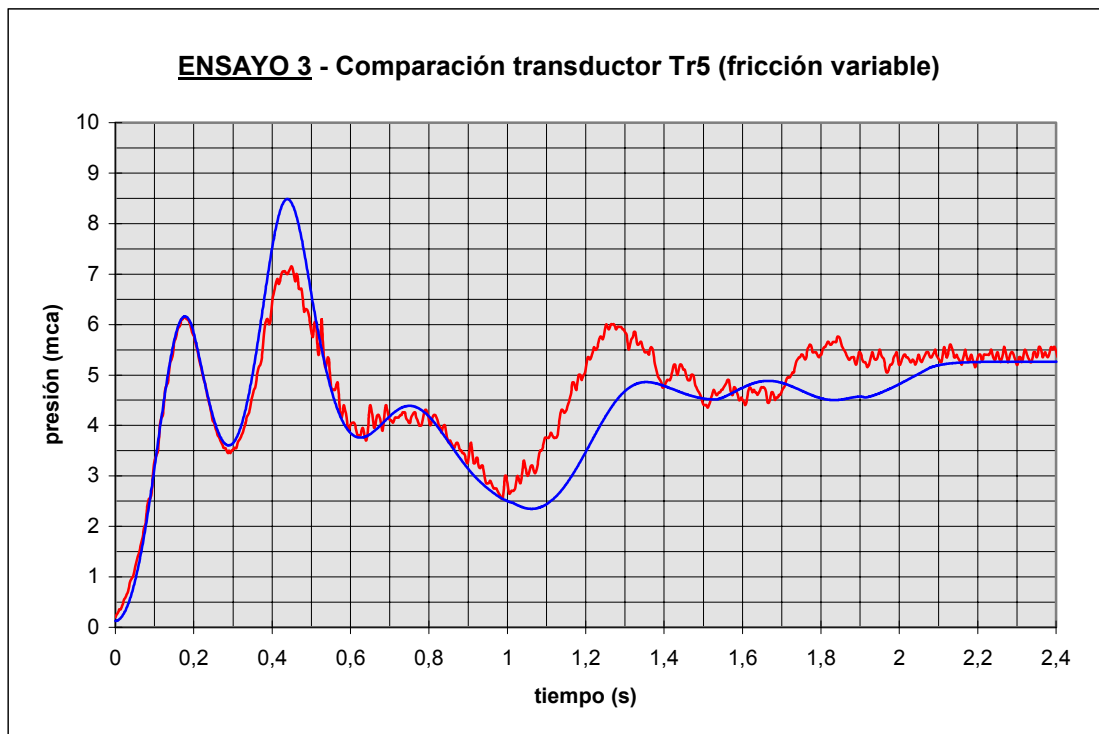


Figura 5. Comparación entre medidas experimentales y resultados del modelo con fricción variable (transductor Tr5).

Utilizando el modelo con fricción variable, los resultados teóricos obtenidos se mejoran ligeramente, pero no desaparecen las discrepancias anteriormente comentadas. De hecho, si se comparan los resultados del modelo teórico utilizando fricción constante o variable, se observa que son bastante similares (ver Figura 6).

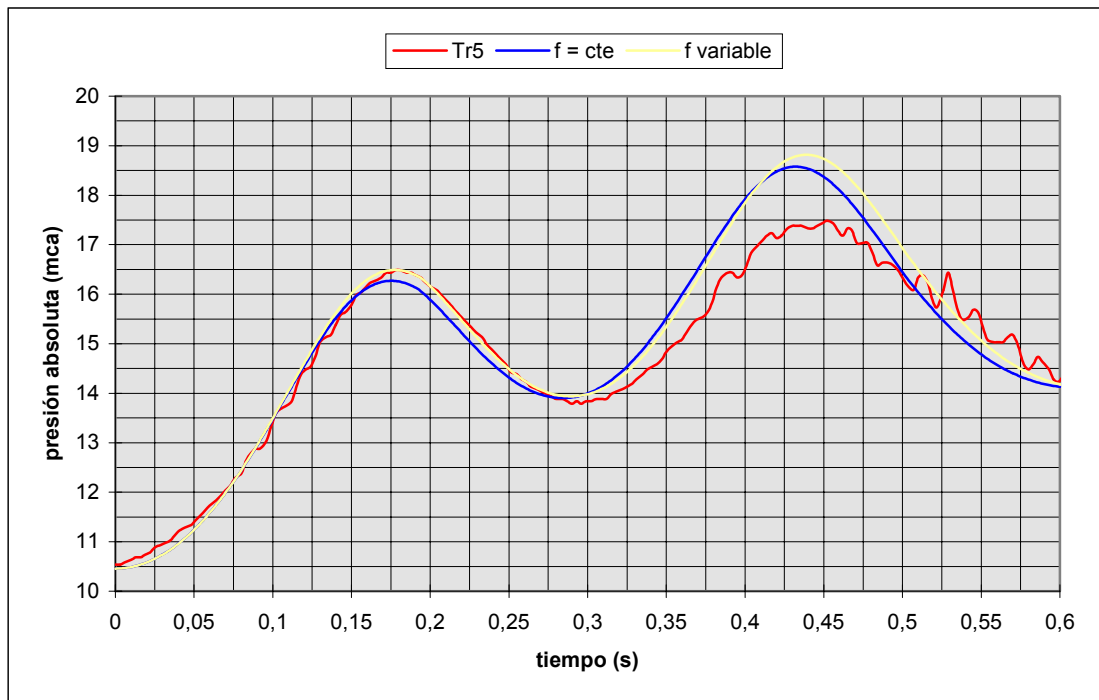


Figura 6. Comparación entre resultados del modelo con fricción constante y fricción variable (transductor Tr5).

Puesto que todo el modelo falla en el mismo instante ( $t = 1,01$  s), independientemente del transductor que se considere, y tras haber comprobado que la utilización o no del factor de fricción variable no es la razón de las discrepancias observadas, hay que encontrar la causa que provoca dichas discrepancias.

Cuidadosos análisis de los resultados muestran que en ese instante la columna de llenado alcanza el punto más alto de la conducción, estando la presión en ese punto y en ese instante por debajo de la presión atmosférica (0,97 bar absolutos). En tales condiciones, parece claro que la hipótesis de una interfase aire-agua coincidente con la sección recta de la tubería, válida hasta ese momento, es difícilmente aceptable a partir de ese instante ( $t = 1,01$  s). Por la tubería baja ahora una mezcla de aire y agua, hecho que se confirma claramente con el comportamiento de las fotocélulas localizadas aguas abajo de ese punto (C6, C7 y C8). En estas condiciones, las citadas fotocélulas difícilmente son capaces de identificar el fluido (aire o agua) que circula por la conducción, puesto que ambos se encuentran mezclados y no existe una interfase clara. Al fallar una de las hipótesis básicas del modelo, la evolución de las bolsas de aire atrapado se ve afectada, lo cual a su vez provoca las discrepancias observadas entre los valores teóricos y los experimentales.

Finalmente, es también importante señalar que en la instalación del laboratorio, y para la primera bolsa de aire, los valores de presión más altos corresponden al segundo pico y no al primero. Este hecho se observa solamente cuando las columnas de bloqueo no son muy largas. Debido a su pequeña longitud, estas columnas de bloqueo se mueven arriba y abajo durante el transitorio en lugar de actuar como un tapón hasta que se alcanza el primer pico de presión, que es lo habitual cuando se trata de columnas largas con una inercia elevada. Puesto que los movimientos

de las columnas de llenado y de bloqueo están acoplados, el máximo pico de presión no es necesariamente el primero. Depende de la distancia entre las interfases aire-agua, es decir, de la longitud de la bolsa de aire atrapado.

Las Figuras 7, 8 y 9 muestran, para los transductores Tr5, Tr4 y Tr3 respectivamente, una coincidencia aceptable entre los resultados teóricos (considerando fricción variable e índice politrópico  $n = 1,4$ ) y los experimentales hasta alcanzar el instante  $t = 1,01$  s. Se han seleccionado los transductores Tr5 (localizado en el primer tramo descendente) junto con los transductores Tr4 y Tr3 (localizados en el primer tramo ascendente), ya que al estar situados próximos a la electroválvula las variaciones de presión durante el transitorio son más significativas.

En las gráficas aquí presentadas puede verse la presión del fluido, ya sea aire o agua, localizado en ese instante en el punto de medida. En dichas gráficas también se refleja la posición de las interfases aire-agua.

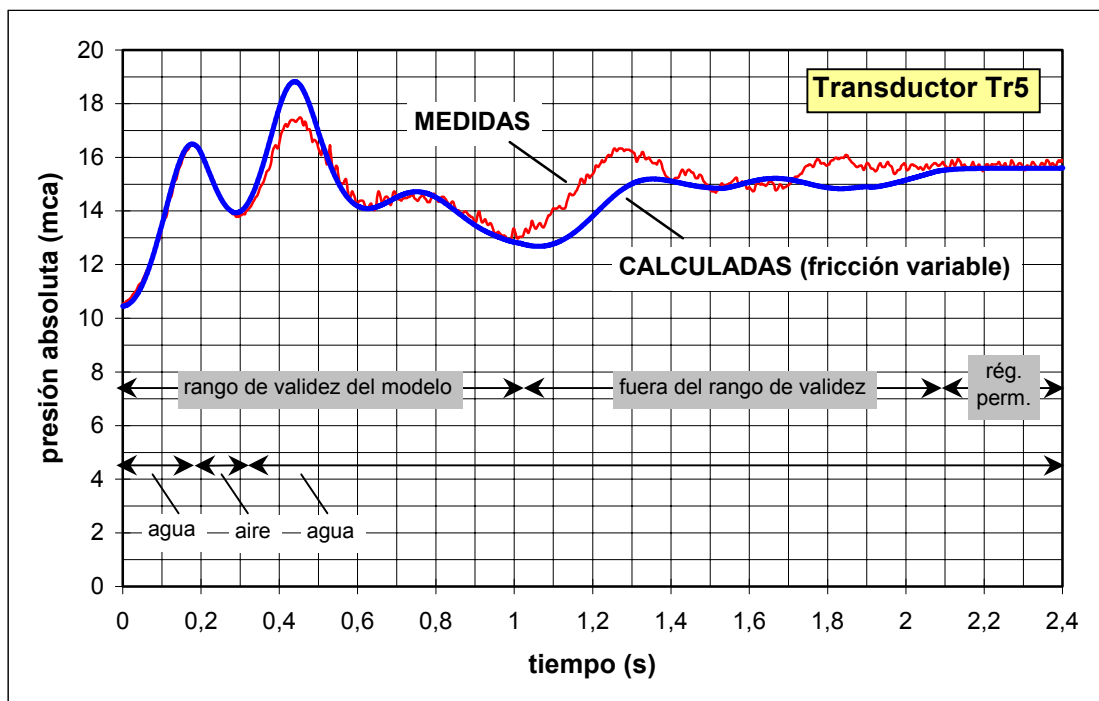


Figura 7. Comparación entre medidas experimentales y resultados del modelo (transductor Tr5).

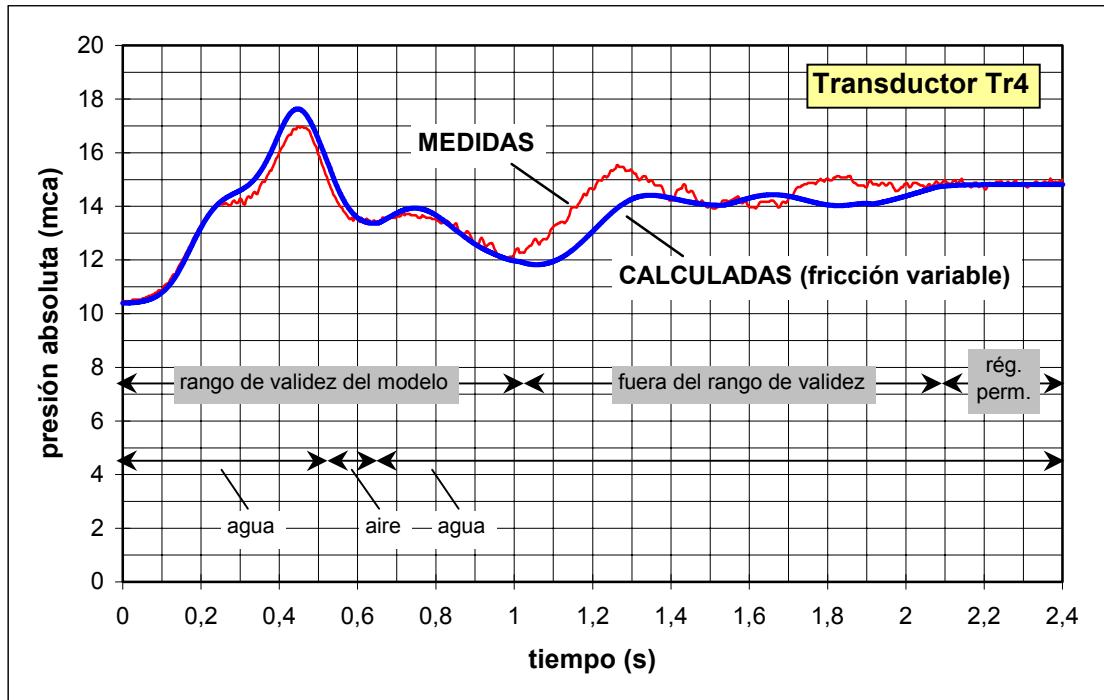


Figura 8. Comparación entre medidas experimentales y resultados del modelo (transductor Tr4).

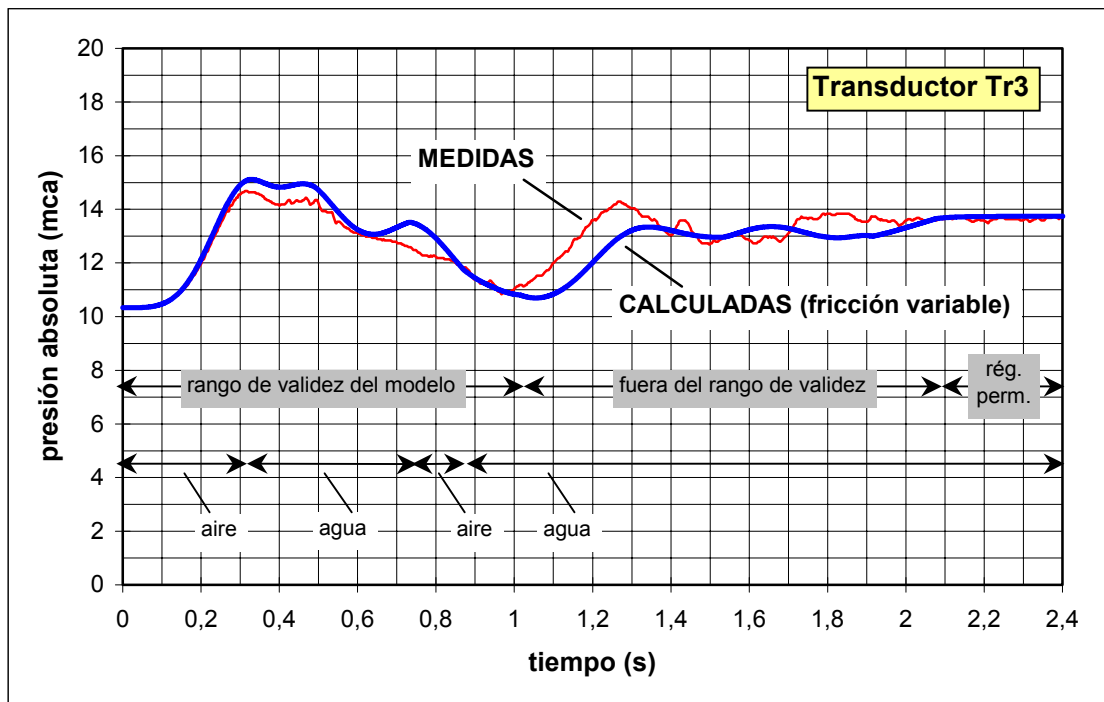


Figura 9. Comparación entre medidas experimentales y resultados del modelo (transductor Tr3).

En la Tabla 2 se comparan los resultados experimentales de los primeros picos de presión con los valores teóricos que proporciona el modelo propuesto para ambos casos (factor de fricción constante y variable), para los transductores Tr5, Tr4 y Tr3. En cualquiera de los tres casos, se observa una coincidencia aceptable entre valores teóricos y reales.

Tabla 2. Comparación entre medidas experimentales y resultados del modelo (presiones máximas en transductores Tr5, Tr4 y Tr3).

Transductor		1 <sup>er</sup> pico		2 <sup>o</sup> pico	
		$P^*$ (mca)	$t$ (s)	$p^*$ (mca)	$t$ (s)
Tr5	Medidas	16,48	0,175	17,48	0,449
	Modelo $J_s$	16,27 (-1,3%)	0,175 (0,0%)	18,58 (6,3%)	0,432 (-3,8%)
	Modelo $J_u$	16,49 (0,1%)	0,177 (1,1%)	18,82 (7,7%)	0,439 (-2,2%)
Tr4	Medidas	16,98	0,443	---	---
	Modelo $J_s$	17,36 (2,2%)	0,441 (-0,5%)	---	---
	Modelo $J_u$	17,63 (3,8%)	0,447 (0,9%)	---	---
Tr3	Medidas	14,69	0,312	14,44	0,465
	Modelo $J_s$	14,96 (1,8%)	0,323 (3,5%)	14,78 (2,4%)	0,455 (-2,2%)
	Modelo $J_u$	15,11 (2,9%)	0,328 (5,1%)	14,95 (3,5%)	0,459 (-1,3%)

Tal y como puede observarse, la concordancia entre las medidas y el modelo es razonablemente buena mientras se mantienen las hipótesis básicas del modelo teórico y las condiciones de medida son las adecuadas. De hecho, las pequeñas diferencias pueden fácilmente atribuirse a los errores intrínsecos que caracterizan cualquier proceso de medida. Sin embargo, el modelo claramente falla cuando la interfase aire-agua de la columna de llenado llega al punto más elevado del sistema ( $t = 1,01$  s), siendo la presión en ese instante subatmosférica. A partir de ese momento, el aire y el agua dejan de estar separados por una frontera clara y el modelo teórico pierde su principal hipótesis. Este efecto, claramente identificado por las señales de las fotocélulas, es mucho más evidente cuando la interfase aire-agua se mueve hacia abajo de la conducción que cuando lo hace hacia arriba, y mucho más sensible en tuberías con una pendiente pequeña.

## CONCLUSIONES

En este trabajo se han presentado una serie de ensayos realizados en una instalación de dimensiones reducidas con dos bolsas de aire atrapado, y los resultados obtenidos se han comparado con los que proporciona el modelo matemático propuesto por los autores.

En un principio, el objetivo de este montaje experimental era doble: validar el modelo teórico y determinar el valor del índice politrópico que mejor caracteriza el comportamiento de las bolsas de aire para esta instalación. Tras realizar los ensayos pertinentes y comparar las medidas obtenidas con los resultados del modelo, las conclusiones principales que pueden extraerse son:

- El modelo matemático ha sido validado mediante medidas de laboratorio. La concordancia entre las medidas experimentales y los resultados teóricos es razonablemente buena durante los primeros instantes del transitorio. Sin embargo, a partir de un cierto momento crítico, cuando la columna de llenado alcanza el punto más alto de la instalación, comienzan a presentarse discrepancias. En ese instante la presión es muy pequeña y la columna de agua comienza a moverse por el tramo descendente. En tales condiciones, la hipótesis de una interfase aire-agua coincidente con la sección recta de la tubería es difícilmente aceptable. Al fallar una de las hipótesis básicas del modelo, es lógico que aparezcan discrepancias con las medidas experimentales. En cualquier caso, la

concordancia durante los primeros instantes del transitorio es bastante buena, y no hay que olvidar que es aquí donde se alcanzan los máximos picos de presión.

- En los ensayos realizados en el laboratorio, al tratarse de transitorios rápidos, con un orden de magnitud de unos pocos segundos, independientemente de los valores de presión, la evolución del aire atrapado puede modelarse mediante un coeficiente politrópico  $n = 1,4$ . De hecho, dicho valor es el que hace que los resultados del modelo matemático se ajusten mucho mejor a las medidas experimentales.
- El pico más alto de presión para la primera bolsa de aire puede ser el segundo máximo, en lugar de ser el primero. Este hecho se observa tan solo cuando se tiene una columna de bloqueo corta (con baja inercia), capaz de moverse tan pronto como el transitorio comienza. Por el contrario, para columnas de bloqueo con gran inercia, un primer y máximo pico de presión es necesario para iniciar el movimiento de las mismas. Las columnas de bloqueo largas tienden a comportarse como un tapón.
- Utilizando un término de fricción no permanente los resultados teóricos se mejoran ligeramente. Sin embargo, los resultados del modelo son poco sensibles al hecho de considerar un factor de fricción constante o variable. Por esta razón, en aplicaciones prácticas donde las hipótesis y/o los datos de partida no están perfectamente definidos, no tiene demasiado sentido considerar un factor de fricción variable, a pesar de ser un importante tema de investigación.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BERGANT, A.; SIMPSON, A.R. (1994), "*Estimating unsteady friction in transient cavitating pipe flow*", Proceedings of the 2<sup>nd</sup> International Conference on Water Pipelines Systems, BHRA, Edinburgh, Escocia, Reino Unido, pág. 3-16.
- BERGANT, A.; SIMPSON, A.R.; VÍTKOVSKÝ, J. (2001), "*Developments in unsteady pipe flow friction modelling*", Journal of Hydraulic Research, IAHR, Vol. 39, N° 3, pág. 249-257.
- BRUNONE, B.; GOLIA, U.M.; GRECO, M. (1991a), "*Some remarks on the momentum equation for fast transients*", Proceedings of Hydraulic Transients with Water Column Separation, IAHR, Valencia, España, pág. 201-209.
- BRUNONE, B.; GOLIA, U.M.; GRECO, M. (1991b), "*Modeling of fast transients by numerical methods*", Proceedings of Hydraulic Transients with Water Column Separation, IAHR, Valencia, España, pág. 273-280.
- BUGHAZEM, M.B.; ANDERSON, A. (1996), "*Problems with simple models for damping in unsteady flow*", Proceedings of the 7<sup>th</sup> International Conference on Pressure Surges and Fluid Transients in Pipelines and Open Channels, BHRA, Harrogate, Reino Unido, pág. 537-548.

- FUERTES, V.S.; IZQUIERDO, J.; IGLESIAS, P.L.; CABRERA, E.; GARCÍA-SERRA, J. (1997), "*Llenado de tuberías con aire atrapado*", Ingeniería del Agua, Vol. 4, Nº 3, pág. 57-67.
- FUERTES, V.S.; CABRERA, E.; IZQUIERDO, J.; IGLESIAS, P.L.; GARCÍA-SERRA, J. (1998), "*Filling of pipelines with entrapped air*", Proceedings of the XIX Symposium on Hydraulic Machinery and Cavitation, IAHR, Singapur, pág. 673-685.
- FUERTES, V.S.; CABRERA, E.; IZQUIERDO, J.; IGLESIAS, P.L. (1999), "*Peak pressure evaluation in pipelines with entrapped air pockets*", Proceedings of the 3<sup>rd</sup> ASME/JSME Joint Fluids Engineering Conference, San Francisco, USA.
- FUERTES, V.S. (2001), Transitorios hidráulicos con aire atrapado, Tesis para la obtención del grado de Doctor Ingeniero Industrial, Universidad Politécnica de Valencia.
- FUERTES, V.S.; IGLESIAS, P.L.; IZQUIERDO, J.; MARTÍNEZ, F.J. (2004), "*Diseño e implementación de un equipo experimental en el laboratorio para el análisis de transitorios hidráulicos con bolsas de aire atrapado*", Proceedings del IV SEREA Seminário Hispano-Brasileiro sobre Sistemas de Abastecimento Urbano de Água, João Pessoa, Brasil.
- LEE, N.H.; MARTIN, C.S. (1999), "*Experimental and analytical investigation of entrapped air in a horizontal pipe*", Proceedings of the 3<sup>rd</sup> ASME/JSME Joint Fluids Engineering Conference, San Francisco, USA.
- LOCKER, F.A.; WANG, J.S. (1992), "*An experience with entrapped air in comparisons of analytical studies and field test of a system with column separation*", Proceedings of the International Conference on Unsteady Flow and Fluid Transients, Durham, Reino Unido, pág. 327-332.
- MARTIN, C.S. (1976), "*Entrapped air in pipelines*", Proceedings of the 2<sup>nd</sup> International Conference on Pressure Surges, BHRA, Londres, Reino Unido.
- VARDY, A.E.; BROWN, J.M.B. (1996), "*On turbulent, unsteady, smooth-pipe friction*", Proceedings of the 7<sup>th</sup> International Conference on Pressure Surges and Fluid Transients in Pipelines and Open Channels, BHRA, Harrogate, Reino Unido, pág. 289-311.